

Képregisztrációs eljárások

Orvosi képdiagnosztika

2017 ősz

Regisztráció célja

- **Két kép egymáshoz igazítása, illesztése**
 - Példák:
 - Időbeli követés
 - Eltérő modalitások (PET-CT, Röntgen-MRI, UH-MRI, ...) fúzió
 - Műtét (menet közbeni felvétel előzetes felvétellel való összevetése)
 - Kép alapú egyéb beavatkozás (besugárzás beállítás...)
 - Mozgás hatásának kompenzációja
- I_1 és I_2 : referencia kép, új kép
- **A regisztrációs eljárások elemei:**
 - Transzformáció, interpoláció, hasonlósági metrika, optimalizálási algoritmus

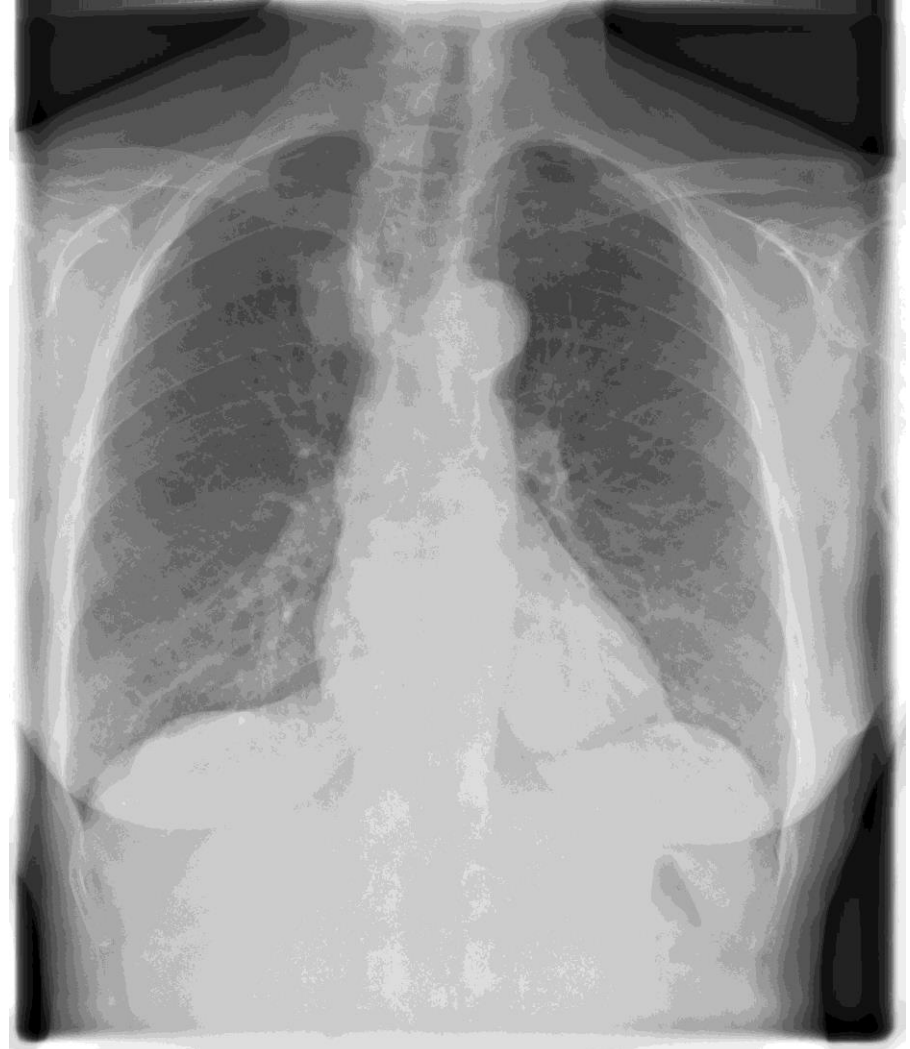
Regisztráció célja

Időbeli követés

Korábbi felvétel



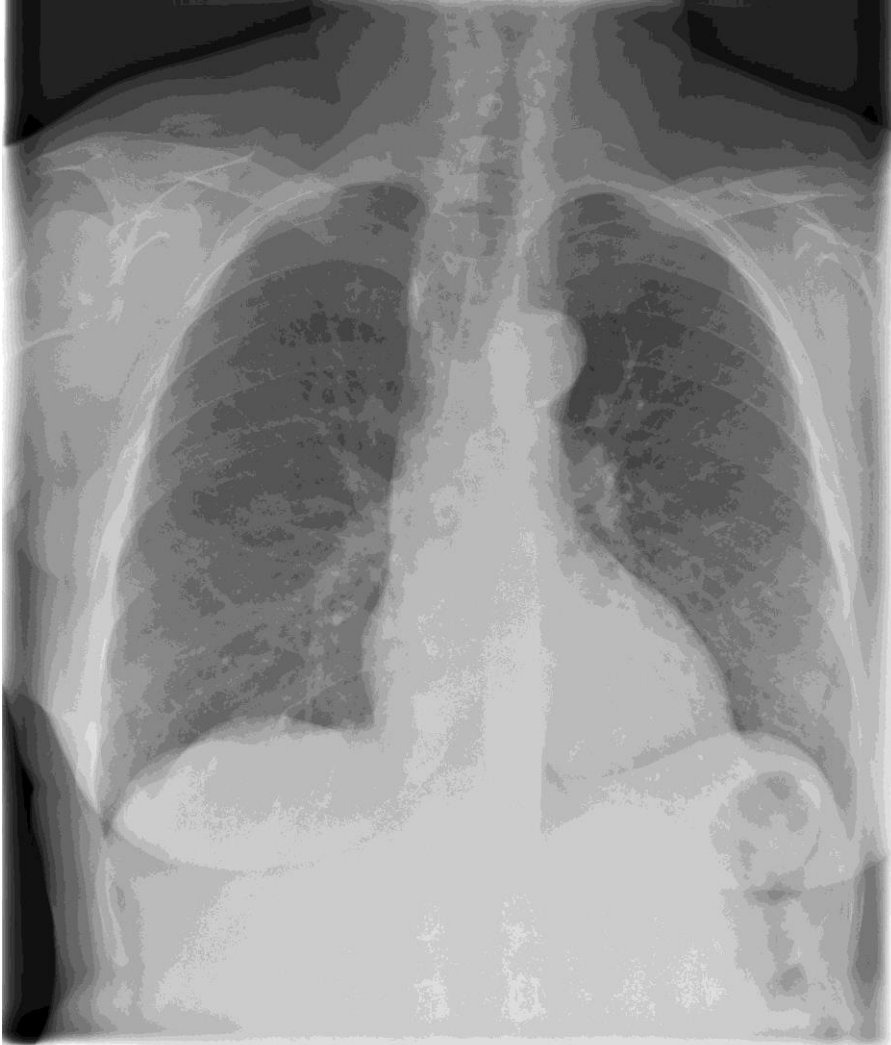
Későbbi, ellenőrző felvétel



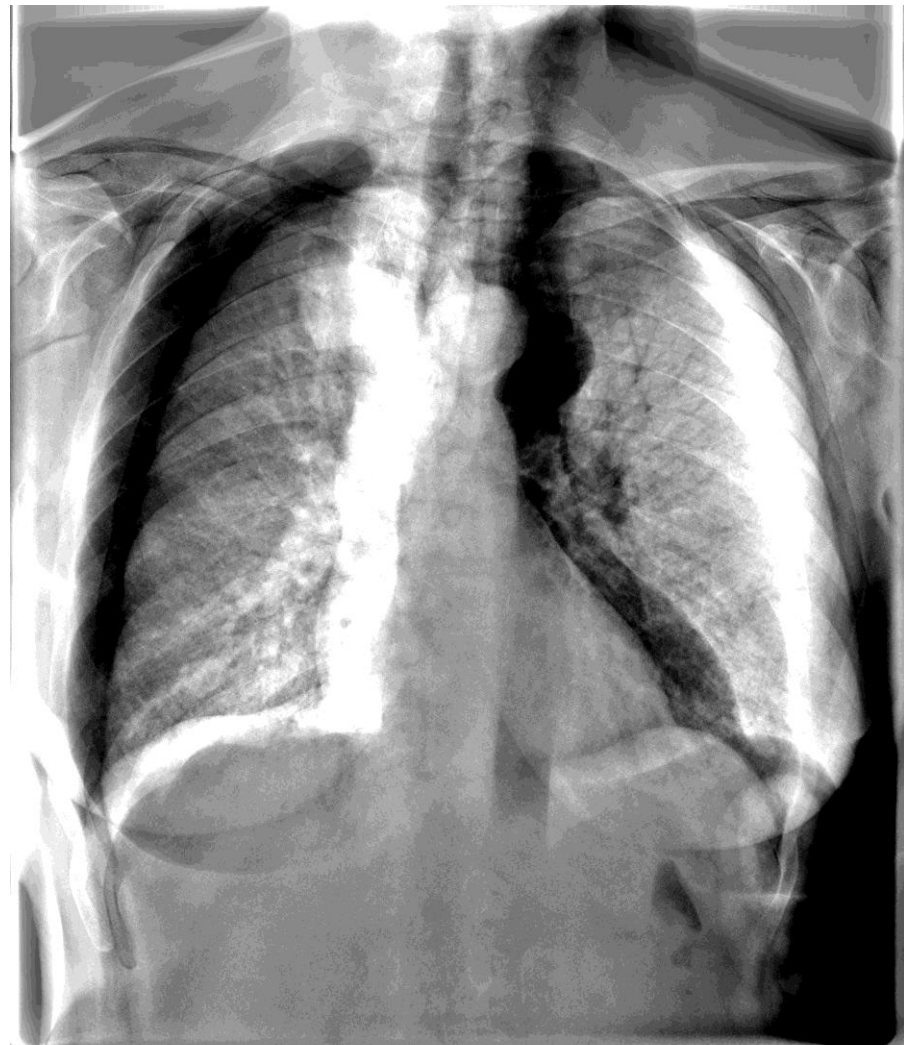
Regisztráció célja

Időbeli követés

Korábbi felvétel



Egyszerű kivonás

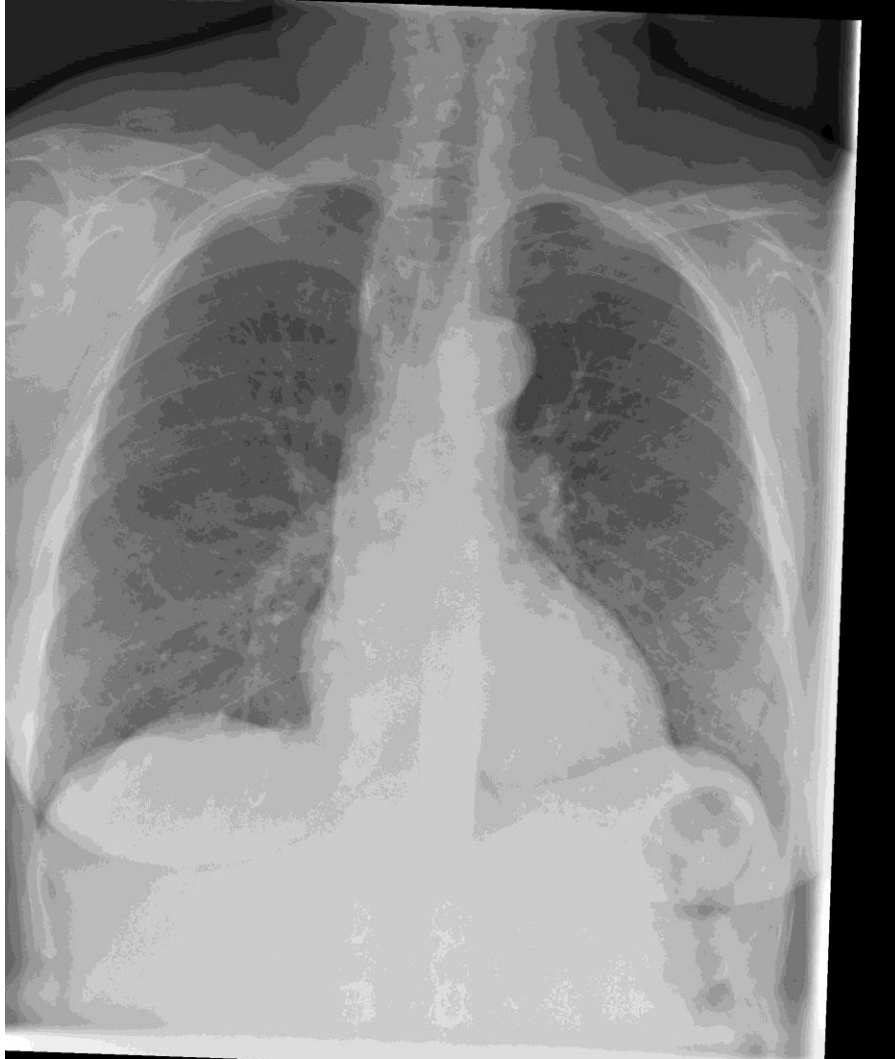


Regisztráció célja

Időbeli követés

Korábbi felvétel merev regisztráció

Merev regisztráció utáni kivonás



Regisztráció célja

Időbeli követés

Korábbi merev regisztráció



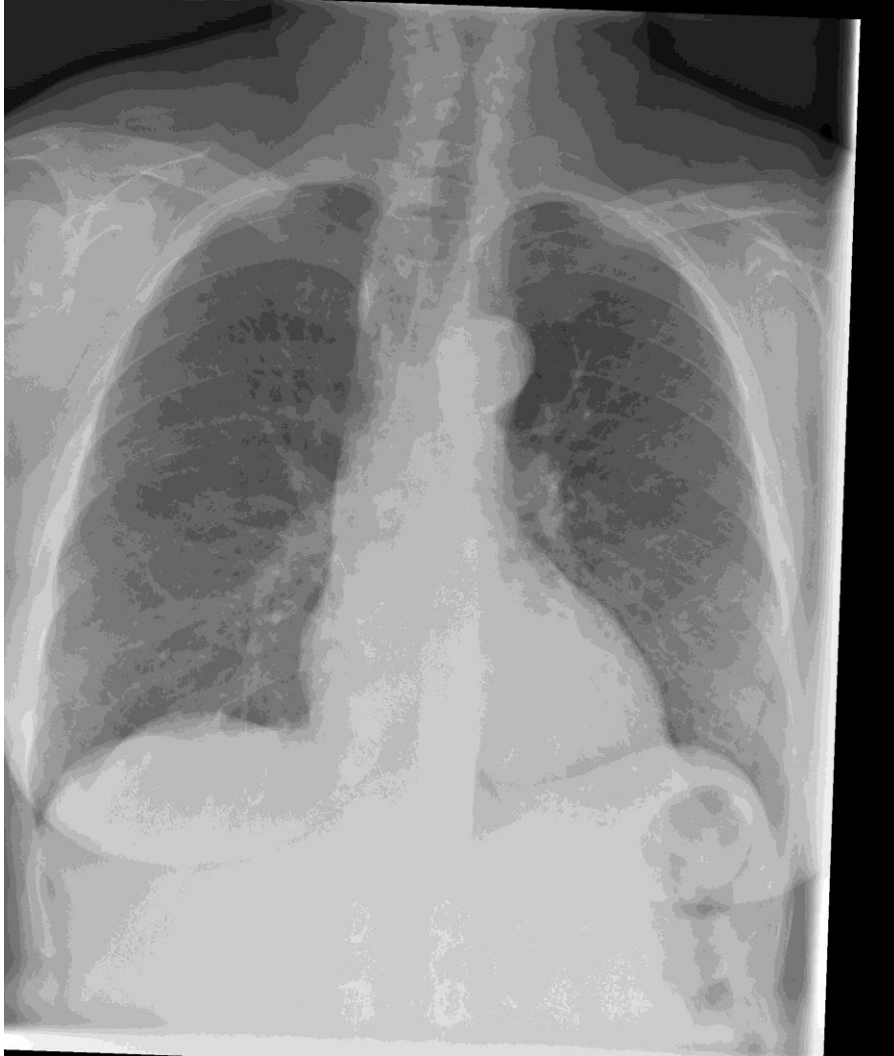
Későbbi rugalmas regisztrációval



Regisztráció célja

Időbeli követés

Korábbi merev regisztrációval

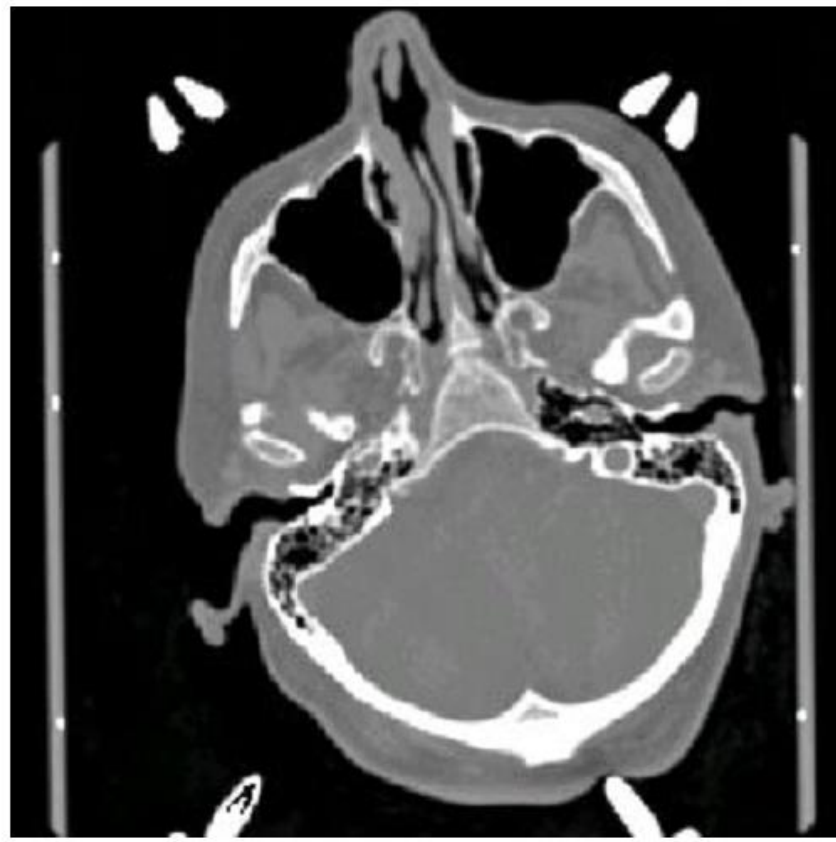
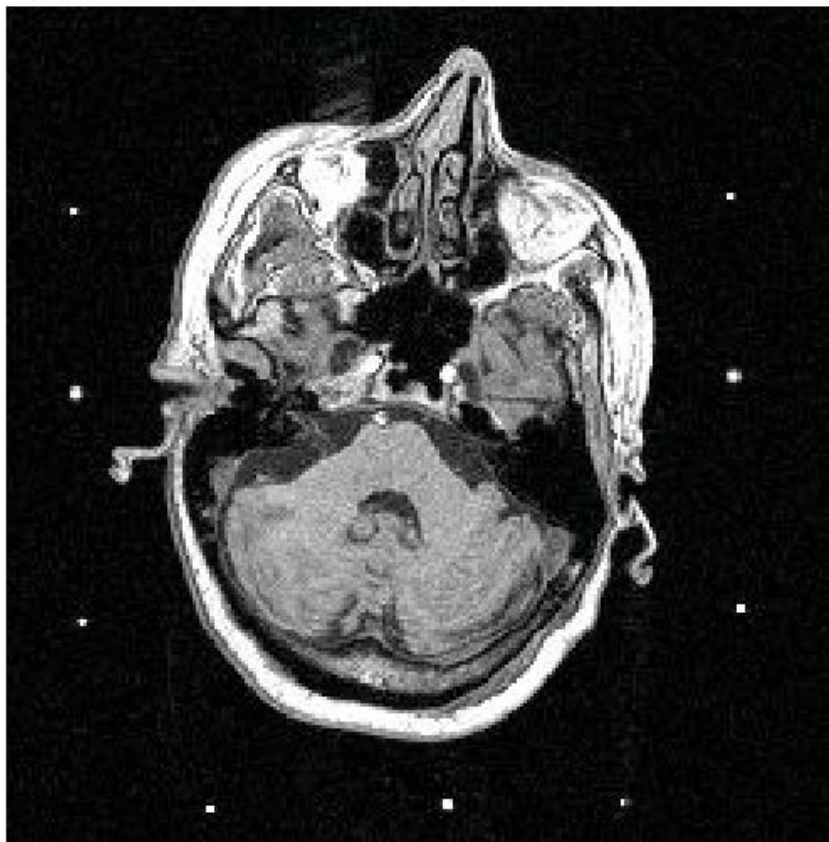


Végő összehasonlítás



Regisztráció célja

- **Fúzióra:**
 - MRI-CT, PET-CT
 - CT csontok, MRI lágy részek, PET anyagcsere aktivitás (tumor, gyulladás)



Regisztráció célja

- $I_2(x,y)=g(I_1(f(x,y)))$
- $f()$ – 2D képbeli transzformáció
- $g()$ –1D intenzitás transzformáció

- Feltételezve, hogy a megfeleltetés ismert
keressük azt az $f()$ és $g()$ függvényt, hogy a két kép a lehető legjobban illeszkedjen (valamilyen kritérium értelmében)

Regisztráció csoportosítása

- **Dimenzió:**
 - 2D-2D, 2D-3D, 3D-3D
- **A regisztráció bázisa**
 - pontok vonalak, felületek, ...
- **Geometriai transzformáció**
 - merev, nem merev
- **Az interaktivitás mértéke**
 - teljesen automatikus, emberi közreműködés
- **Optimalizáló eljárás**
 - hasonlóságmérték, hibafüggvény
 - zárt forma, analitikus megoldás, iteratív megoldás
- **Modalitás**
 - azonos
 - különböző (multimodalitás)
- **A regisztráció objektuma**
 - azonos, különböző (fúzió)

Képbeli (sík) transzformációk

- Merev
 - Távolságtartó – egybevágósági transzformáció
- Nem merev
 - Merev + skálázás
 - Affin: egyenestartó párhuzamosság megtartó
 - Projektív: egyenestartó
 - Perspektívikus
 - Görbült, általános nemlineáris: globális polinom
 - Görbült, általános nemlineáris: lokális polinom
 - Általános nemlineáris: Spline, RBF, neuronháló
 -

Merev Transzformáció skálázással

- Forgatás (R)
- Eltolás (t)
- Skálázás (s)

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 & \\ & s_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{t} + \mathbf{sR}\mathbf{p}_1 \quad \mathbf{p}_2 = \mathbf{t} + \mathbf{R}\mathbf{s}\mathbf{p}_1$$

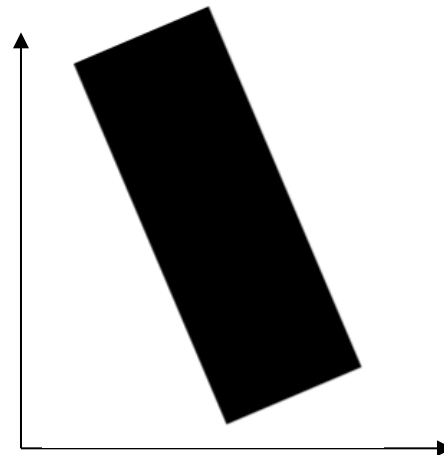
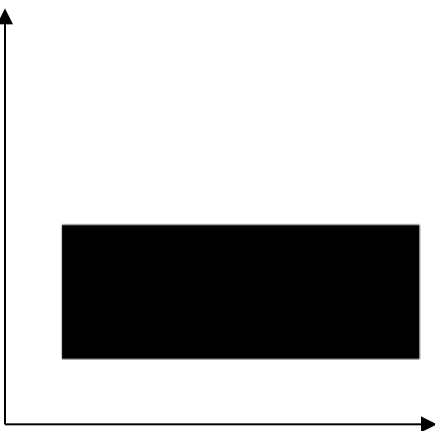
Műveletek sorrendje nem közömbös (ha \mathbf{s} nem skalár).

Általában: $\mathbf{R}\mathbf{s} \neq \mathbf{s}\mathbf{R}$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Izotróp skálázás: hasonlósági transzformáció

$$\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{E}$$



Affin transzformáció

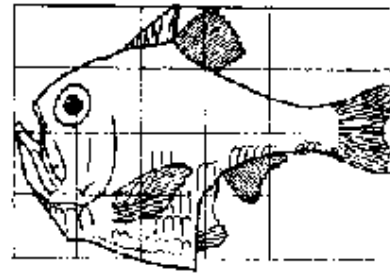
- Forgatás
- Eltolás
- Skálázás

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

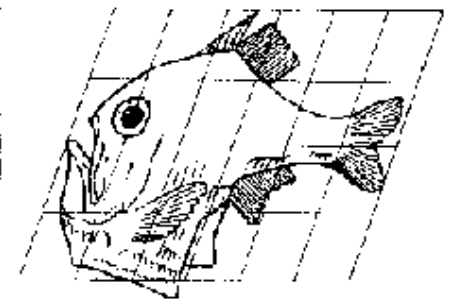
- **Nyírás** A párhuzamosok párhuzamosak maradnak, síkok/egyenesek síkok/egyenesek maradnak

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{t} + \mathbf{R}\mathbf{p}_1$$

- **R** elemeire (a_{ij}) nincs semmi megkötés azon kívül, hogy nem szinguláris



Argyropelecus olfersi.



Sternoptyx diaphana.

Affin transzformáció

- Kiindulás: vegyünk egy σ euklideszi síkot.
- A σ síkon vett affin transzformáción egy olyan $\varphi: \sigma \rightarrow \sigma$ bijektív leképezést értünk, amely tetszőleges σ -beli egyenest σ -beli egyenesbe képez le.
- Affin transzformáció: a σ sík egy kölcsönösen egyértelmű, egyenestartó leképezése.
 - a) párhuzamos egyeneseket párhuzamos egyenesekbe képez
 - b) paralelogrammát paralelogrammába képez
- A σ sík minden egybevágósági és hasonlósági transzformációja is affin transzformáció.

Projektív transzformáció

- Megtartja az egyeneseket és a síkokat
- $(x_1, y_1) \rightarrow$ eredeti koordináták
- $(x_2, y_2) \rightarrow$ transzformált koordináták

$$x_2 = \frac{a_{11}x_1 + a_{12}y_1 + a_{13}}{a_{31}x_1 + a_{32}y_1 + a_{33}} \quad y_2 = \frac{a_{21}x_1 + a_{22}y_1 + a_{23}}{a_{31}x_1 + a_{32}y_1 + a_{33}}$$

$$\mathbf{p}_2 = \frac{\mathbf{R}\mathbf{p}_1 + \mathbf{t}}{\mathbf{v}^T \mathbf{p}_1 + \alpha} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} a_{11} + a_{12} \\ a_{21} + a_{22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} a_{31} \\ a_{32} \end{bmatrix} \quad \alpha = a_{33}$$

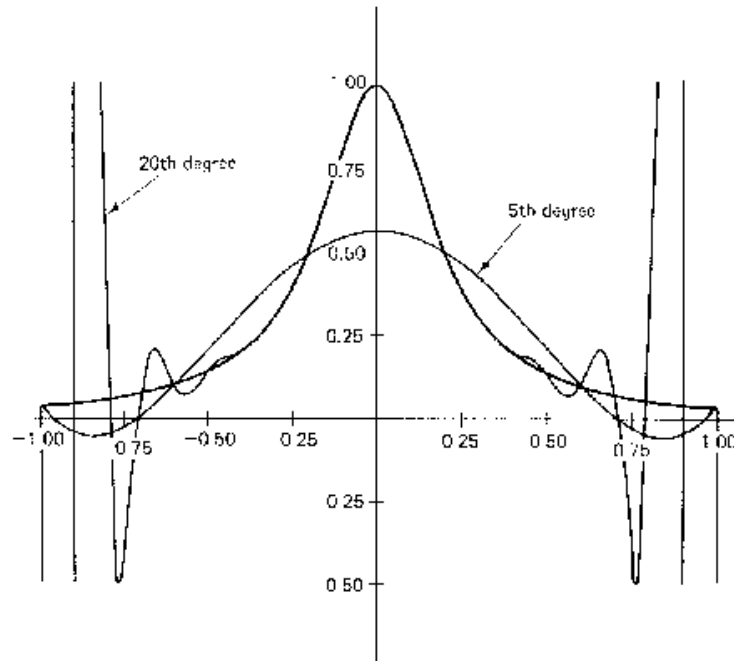
- a_{ij} együtthatók a kép és a síkok egyenleteiből számíthatók
- homogén lineáris transzformáció a_{ij} –kből képzett mátrixa nem szinguláris

Összetett transzformációk görbült (nemlineáris) transzformációk

Globális polinomiális transzformáció $T = P^{(x)}(x) + P^{(y)}(y)$

Lehet többváltozós polinom is: $\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} \sum_{i,j}^{I,J} \mathbf{c}_{i,j}^{(1)} x_1^i y_1^j & \sum_{i,j}^{I,J} \mathbf{c}_{i,j}^{(2)} x_1^i y_1^j \end{bmatrix}$

Túl nagy fokszám veszélyei: oszcilláció, túlilleszkedés \rightarrow általában $I, J \leq 2$



Összetett transzformációk

görbült (nemlineáris) transzformációk

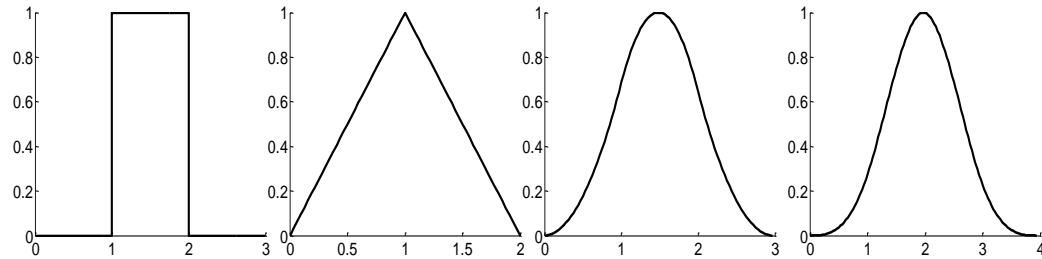
Oszcilláció elkerülése: szakaszonként polinomiális transzformáció: a tér particionálása négyszögletes tartományokra

Minden i, j tartományra T transzformációt hajtunk végre, ahol P egy egyváltozós m -ed fokú polinom

$$T = P_{i,j}^{(x)}(x) + P_{i,j}^{(y)}(y)$$

A négyszögletes tartományok határán a folytonosság, ill. a folytonos differenciálhatóság biztosítható: spline (gyakori: köbös spline, B-spline). Egyenletes csomópont elhelyezés mellett

Egyváltozós B-splineek



$$B_k^j(x) = \frac{x - \lambda_{j-k}}{\lambda_{j-1} - \lambda_{j-k}} B_{k-1}^{j-1}(x) + \frac{\lambda_j - x}{\lambda_j - \lambda_{j-k} + 1} B_{k-1}^j(x)$$

$I_j = [\lambda_{j-1}, \lambda_j]$ a j -edik bemeneti intervallum

$$B_1^j(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x \in I_j \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

Többsváltozós: tenzorszorzattal:

$$g(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^N g_i(x_i)$$

Összetett transzformációk

görbült (nemlineáris) transzformációk

- Általános folytonos nemlineáris transzformációk
- Tetszőlegesen elhelyezett kontrolpontoknál is működik
 - Radiális bázisfüggvényes leképezés
 - Szakaszonként lineáris $g(r) = r$
 - Köbös $g(r) = r^3$
 - Multikvadratikus, ha $\beta=1/2$ $g(r) = (c^2 + r^2)^\beta$
 - Inverz multikvadratikus, ha $\alpha=2$ $g(r) = (c^2 + r^2)^{-\alpha}$
 - Thin plate spline $g(r) = r^2 \ln r$
 - Gauss

Regisztrációs eljárások elemei

- Jellemzők meghatározása
- Hasonlósági mértékek definiálása
- Keresési stratégiák / optimalizálás végrehajtása

Jellemző alapú regisztráció

- **Jellemzők:**

- Kiugró (kitüntetett) struktúra elemek. Sarokpontok, görbület lokális maximuma, maximális varianciájú ablak középpontja, egy zárt régió súlypontja, egyenesek metszéspontjai, stb.
- Élek kontúrok, felületek (képi struktúrák, zajra kevésbé érzékeny)
- Intenzitás (a teljes képet felhasználja)
- Statisztikai jellemzők. Momentumok, főtengelyek, információelméleti jellemzők, mennyiségek
- Magasabb szintű jellemzők: szintaktikai jellemzők: a mintákból származtatott nyelvtan,
- ...

Regisztrációs módszerek

- Pont alapú
- Intenzitás alapú (Korreláció, stb)
- Fourier

Pont leképezés alapú regisztráció

- Referenciapontok meghatározása
- Referenciapontok:
 - anatómiai jelentéssel rendelkező pontok
 - egyéb markerpontok: jól megkülönböztethető, azonosítható pontok
 - Fontos a pontok minél pontosabb meghatározása (lokalizációs hiba)
 - Interaktív bejelölés
 - Automatikus kiválasztás
- Megfelelő transzformáció keresése a pontok megfeleltetéséhez

Pont leképezés alapú regisztráció

Regisztráció minősítése, kritériumfüggvény - egybevágósági:

$$\text{FRE}^2 = (1/N) \sum_i^N w_i^2 |R\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2 \quad \text{TRE}(\mathbf{x}) = \mathcal{T}(\mathbf{x}) - \mathbf{y}$$

Ortogonalis Procrustes

$$w_i = 1/\langle \text{FLE}_i^2 \rangle$$

FLE_i Véletlen nulla várható értékű, izotróp eloszlású hiba

Regisztrációs algoritmusok

1. Pont alapú merev regisztráció (egybevágósági transzsf):

Kritériumfüggvény: súlyozott négyzetes eltérés (minimumkeresés \mathbf{R} és \mathbf{t} szerint)

$$C(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2 |\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2 \quad \text{súlyok } w_i = \frac{1}{FLE_i^2} \quad \text{ahol } FLE_i^2 \text{ lokalizációs hiba}$$

1. Súlyozott centroidok:

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2 \mathbf{x}_i / \sum_{i=1}^N w_i^2 \quad \bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2 \mathbf{y}_i / \sum_{i=1}^N w_i^2$$

2. Közeppont eltolás

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}; \quad \tilde{\mathbf{y}}_i = \mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}$$

3. Súlyozott kovarianciamátrix számítás $\mathbf{H} = \sum_{i=1}^N w_i^2 \tilde{\mathbf{x}}_i \tilde{\mathbf{y}}_i^T$

$$4. \quad \mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T \quad \mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I} \quad \mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2) \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0$$

$$5. \quad \mathbf{R} = \mathbf{V} \text{diag}(1, \det(\mathbf{V}\mathbf{U})) \mathbf{U}^T$$

$$6. \quad \mathbf{t} = \bar{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\bar{\mathbf{x}}$$

Regisztrációs algoritmusok – Ortog. Procrustes eljárás (1)

- $\mathbf{R} = \arg \min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{SA} - \mathbf{B}\|_F^2 \quad s.t. \mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{I}$
- $\|\mathbf{SA} - \mathbf{B}\|_F^2 = \langle \mathbf{SA} - \mathbf{B}, \mathbf{SA} - \mathbf{B} \rangle = Tr\left(\left(\mathbf{SA} - \mathbf{B}^T\right)\left(\mathbf{SA} - \mathbf{B}\right)\right)$
- $Tr\left(\left(\mathbf{SA} - \mathbf{B}^T\right)\left(\mathbf{SA} - \mathbf{B}\right)\right) = Tr\left(\mathbf{A}^T \mathbf{S}^T \mathbf{SA} + \mathbf{B}^T \mathbf{B} - 2\mathbf{B}^T \mathbf{SA}\right)$
- $Tr\left(\mathbf{A}^T \mathbf{S}^T \mathbf{SA} + \mathbf{B}^T \mathbf{B} - 2\mathbf{B}^T \mathbf{SA}\right) = \langle \mathbf{A}, \mathbf{A} \rangle + \langle \mathbf{B}, \mathbf{B} \rangle - 2\langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \rangle$
- Tehát $\mathbf{R} = \arg \max_{\mathbf{S}} \langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \rangle \quad s.t. \mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{I}$
- $\langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \rangle = \langle \mathbf{SA}, \mathbf{B} \rangle = Tr\left(\left(\mathbf{A}^T \mathbf{S}^T\right)\mathbf{B}\right) = Tr\left(\mathbf{BA}^T \mathbf{S}^T\right) = Tr\left(\mathbf{S}^T \mathbf{BA}^T\right)$
- Vegyük a $\mathbf{BA}^T = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T$ SVD felbontást
- Tehát $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{S}$ ortonormált mátrixok, $\mathbf{\Lambda}$ pedig diagonális, minden eleme nem negatív

Regisztrációs algoritmusok – Ortog. Procrustes eljárás (2)

- Tehát maximalizáljuk $Tr(\mathbf{S}^T \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T) = Tr(\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U} \mathbf{\Lambda})$ -t
 - De $\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U}$ ortonormált, míg $\mathbf{\Lambda}$ diagonális
 - Tehát $Tr(\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U} \mathbf{\Lambda}) = \sum_i \mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U}_{(i,i)} \cdot \mathbf{\Lambda}_{(i,i)}$
 - Használjuk ki azt, hogy $\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U}$ ortonormált, és $\mathbf{\Lambda} \in \mathbf{R}_+^{N \times N}$
 - Ott van a maximum, ahol $\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}$
 - Mivel \mathbf{V} , \mathbf{U} ortonormáltak, ezért $\mathbf{S}^T = \mathbf{V} \mathbf{U}^T$ $\mathbf{S} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T$
- Tehát levezettük, hogy $\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T$
 - Másik megközelítésnél súlyozzuk a mintákat
 - És az 5. pontban kikényszerítjük, hogy +1 legyen det(\mathbf{R}), azaz forgatást kapjunk, egyébként analóg a két módszer
 - $\mathbf{A} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M]$ $\mathbf{B} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M]$

Regisztrációs algoritmusok

2. Hasonlósági transzformáció

Keressük \mathbf{R} , \mathbf{t} és s értékeit, melyek mellett minimális:

$$C(\mathbf{R}, \mathbf{t}, s) = \sum_{i=1}^N w_i^2 |s\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2$$

Legyen $s=1$

Határozzuk meg \mathbf{R} -et az előző alg. 1.-5. lépései szerint
Számítsunk új s -et és végezzük el a transzformációt

$$s = \frac{\sum_{i=1}^N w_i^2 \mathbf{R}\tilde{\mathbf{x}}_i^T \tilde{\mathbf{y}}_i}{\sum_{i=1}^N w_i^2 \tilde{\mathbf{x}}_i^T \tilde{\mathbf{y}}_i}$$

$$\mathbf{t} = \bar{\mathbf{y}} - s\mathbf{R}\bar{\mathbf{x}}$$

Regisztrációs algoritmusok

3. Nemizotróp skálázás

Keressük \mathbf{R} , \mathbf{t} és \mathbf{S} értékeit, melyek mellett minimális:

$$C(\mathbf{R}, \mathbf{t}, \mathbf{S}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2 |\mathbf{R}\mathbf{S}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2$$

Határozzuk meg az $\bar{\mathbf{x}}$ és $\bar{\mathbf{y}}$ középértékeket és az eltolt értékeket: $\tilde{\mathbf{x}}$ $\tilde{\mathbf{y}}$
Legyen $n=1$

Válasszunk kezdeti skálázási mátrixot $\mathbf{S}^{(0)}$

iteráció:

- Legyen $\tilde{\mathbf{x}}_i^{(n)} = \mathbf{S}^{(n)} \tilde{\mathbf{x}}_i$
- Hajtsuk végre az 1. algoritmus 3.-5. lépéseit \mathbf{R} meghatározására
- $n=n+1$
- Határozzuk meg $\mathbf{S}^{(n)}$ -t
- Álljunk le, ha $n >$ max iterációs szám, vagy ha a hiba küszöb alá ment

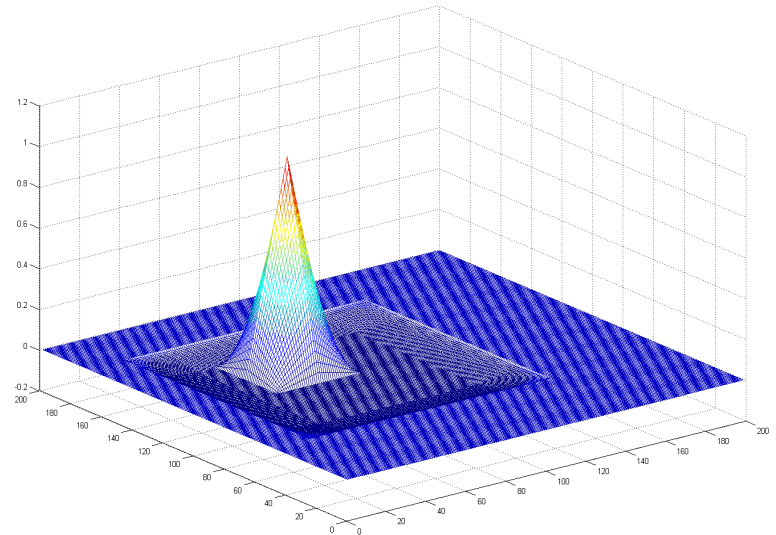
Intenzitás alapú eljárás

- Korreláció
- A két kép 2D normalizált kereszt korrelációs függvénye

$$C(u, v) = \frac{\sum_x \sum_y I_1(x, y) I_2'(x-u, y-v)}{\sqrt{\sum_x \sum_y I_2'^2(x-u, y-v)}}$$

Hasonlóságot mér különböző eltolások esetén

A normalizálás a lokális
intenzitás hatásának
kiküszöbölésére kell



Korreláció tétel

- A két kép korrelációjának Fourier transzformáltja az egyik kép Fourier transzformáltjának a szorzata a másik Fourier transzformáltjának komplex konjugáltjával.
- Egydimenziós esetre a korreláció tétel

$$z(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t + \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \int_{\xi} Y(\xi) \cdot \exp(j2\pi\xi(t + \tau)) d\xi dt$$

$$z(\tau) = \int_{\xi} Y(\xi) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \exp(j2\pi\xi(t)) dt \exp(j2\pi\xi(\tau)) d\xi$$

$$Z(\xi) = Y(\xi) \cdot X^*(\xi)$$

Fourier transzformáción alapuló módszerek

- Fázis-korreláció
- Kereszt teljesítmény spektrum
- Teljesítmény cepstrum $= |\mathcal{F}^{-1} \{ \log(|\mathcal{F} \{f(t)\}|^2) \}|^2$

A Fourier transzformáción alapuló módszerek hatékonyak, de csak merev transzformációknál működnek (lineáris transzformációk)

Ez is intenzitás alapú eljárás – lokális intenzitásváltozásokat képtelen követni.

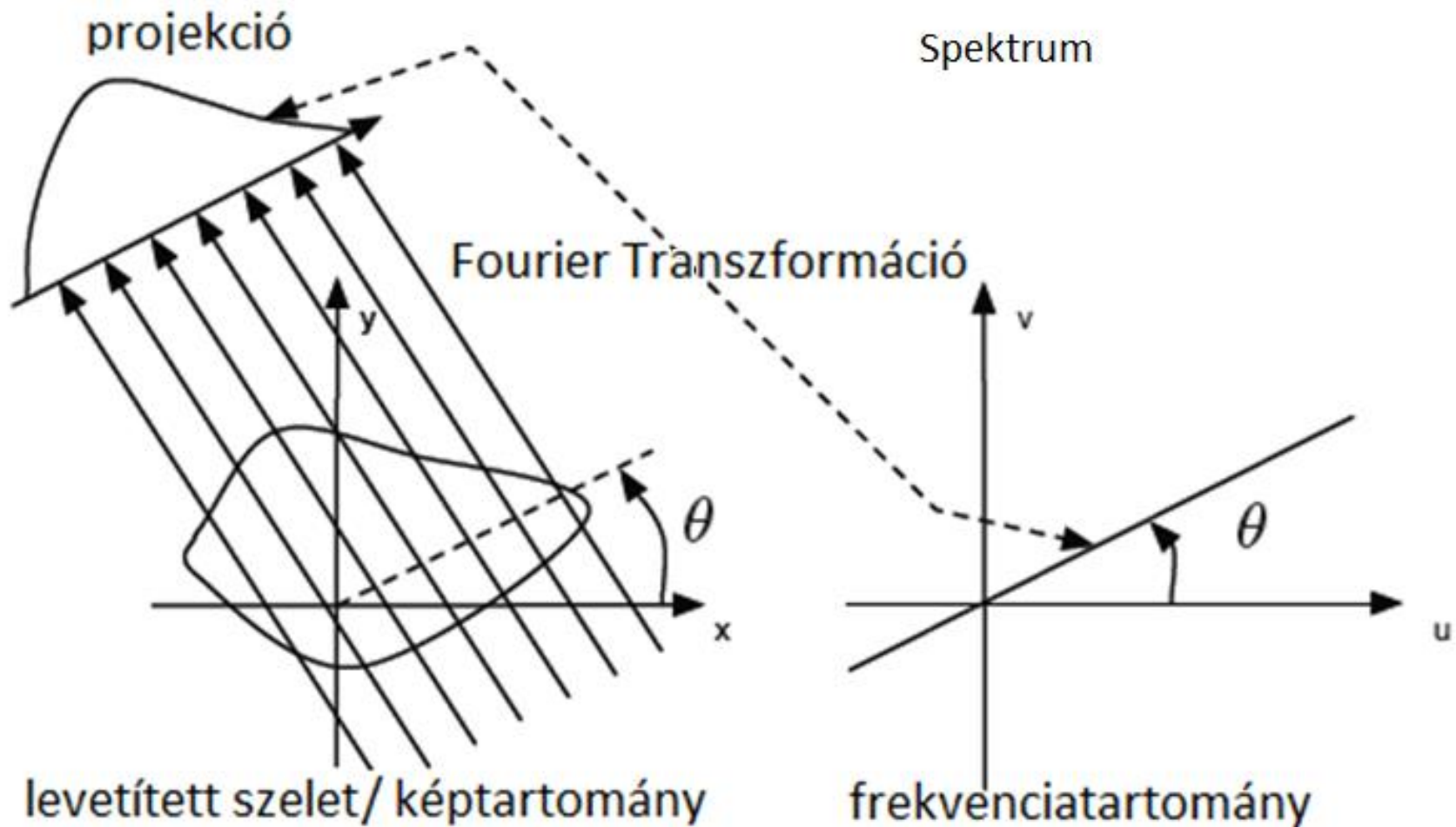
Fázis korreláció alapú regisztráció eltolás transzformáció identifikálására

- Egymáshoz képest eltolt képek transzformációjának identifikációja
 - Eltolás modellezhető egy megfelelő helyen lévő dirac-deltával történő konvolúcióval.
 - $F\{\delta(x - x_0)\} = \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \xi \cdot x_0)$
 - Tehát $F\{y(x) * \delta(x - x_0)\} = Y(\xi) \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot x_0 \cdot \xi)$
 - Vizsgáljuk meg a két jel kereszt teljesítmény spektrumát: $\exp(j \cdot 2\pi \cdot \xi \cdot x_0) = Y(\xi) \cdot \tilde{Y}^*(\xi) / |Y(\xi) \cdot \tilde{Y}^*(\xi)|$
 - Innen az eltolás már könnyen kiszámítható
 $F^{-1}\{\exp(j \cdot 2\pi \cdot \xi \cdot x_0)\} = F^{-1}\{Y(\xi) \cdot \tilde{Y}^*(\xi) / |Y(\xi) \cdot \tilde{Y}^*(\xi)|\} = \delta(x + x_0)$
- Lokális intenzitásváltozásokat nem képes figyelembe venni

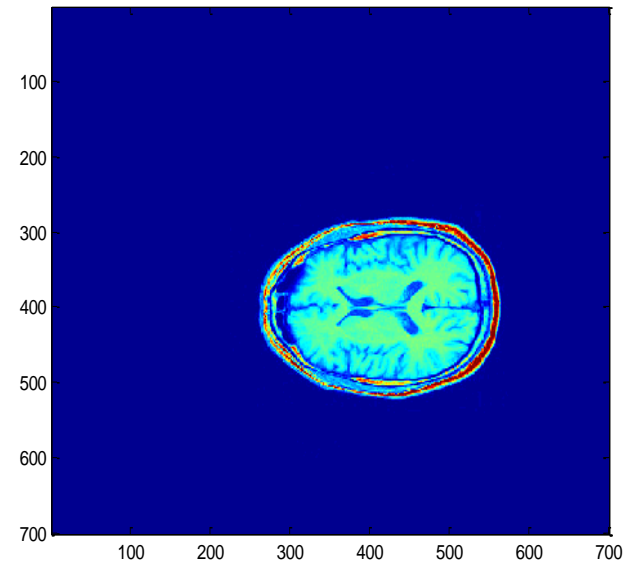
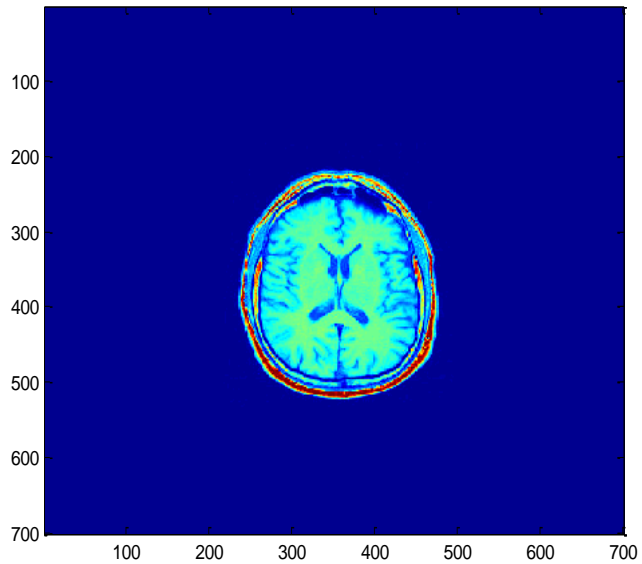
Fázis korreláció alapú regisztráció elforgatás transzformáció identifikálására

- Egy kép θ fokkal középpontja körüli elforgatása a kép spektrumát is ilyen mértékben forgatja el:
 - Egyszerűen belátható a Fourier vetítősík tétel alkalmazásával
- Ampl. spektrum eltolás invariáns:
 - Tehát ha az ampl. spektrum elfordulását meg tudnánk határozni, akkor kész lenne a regisztráció
 - Az elforgatás az ampl. spektrum polár koordinátás felírása esetén megegyezik a vízszintes tengellyel bezárt szög szerinti cirkuláris eltolással
 - Tehát visszavezettük a problémát az eltolás meghatározására

Fourier vetítősík tétel

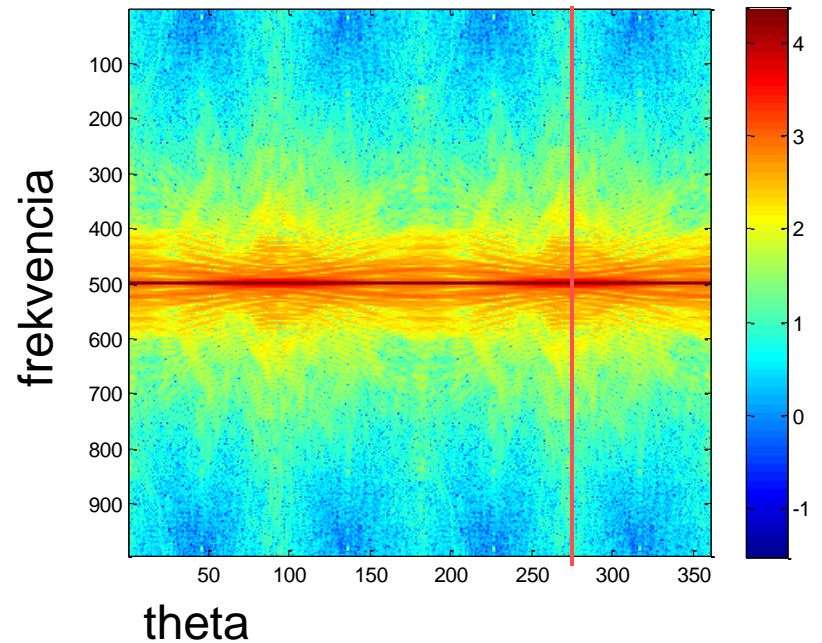
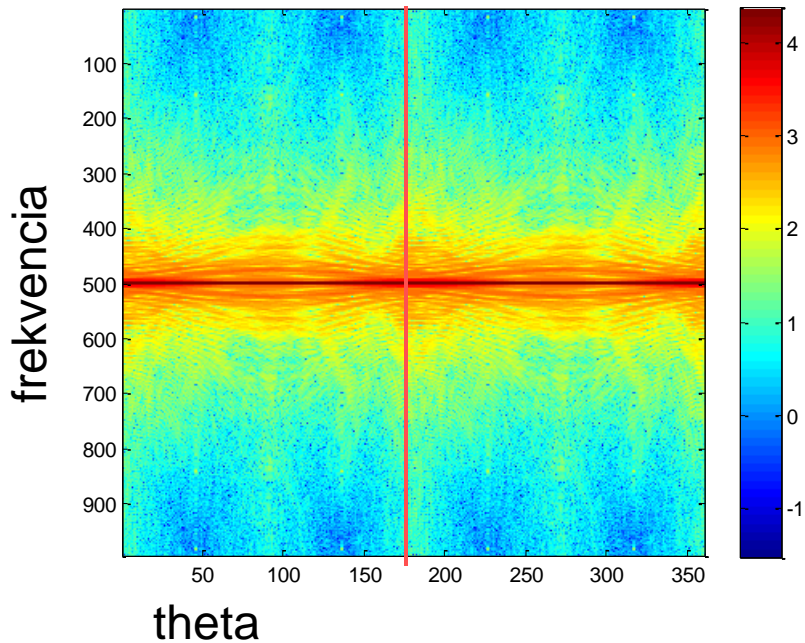


Példa – Fourier regisztráció

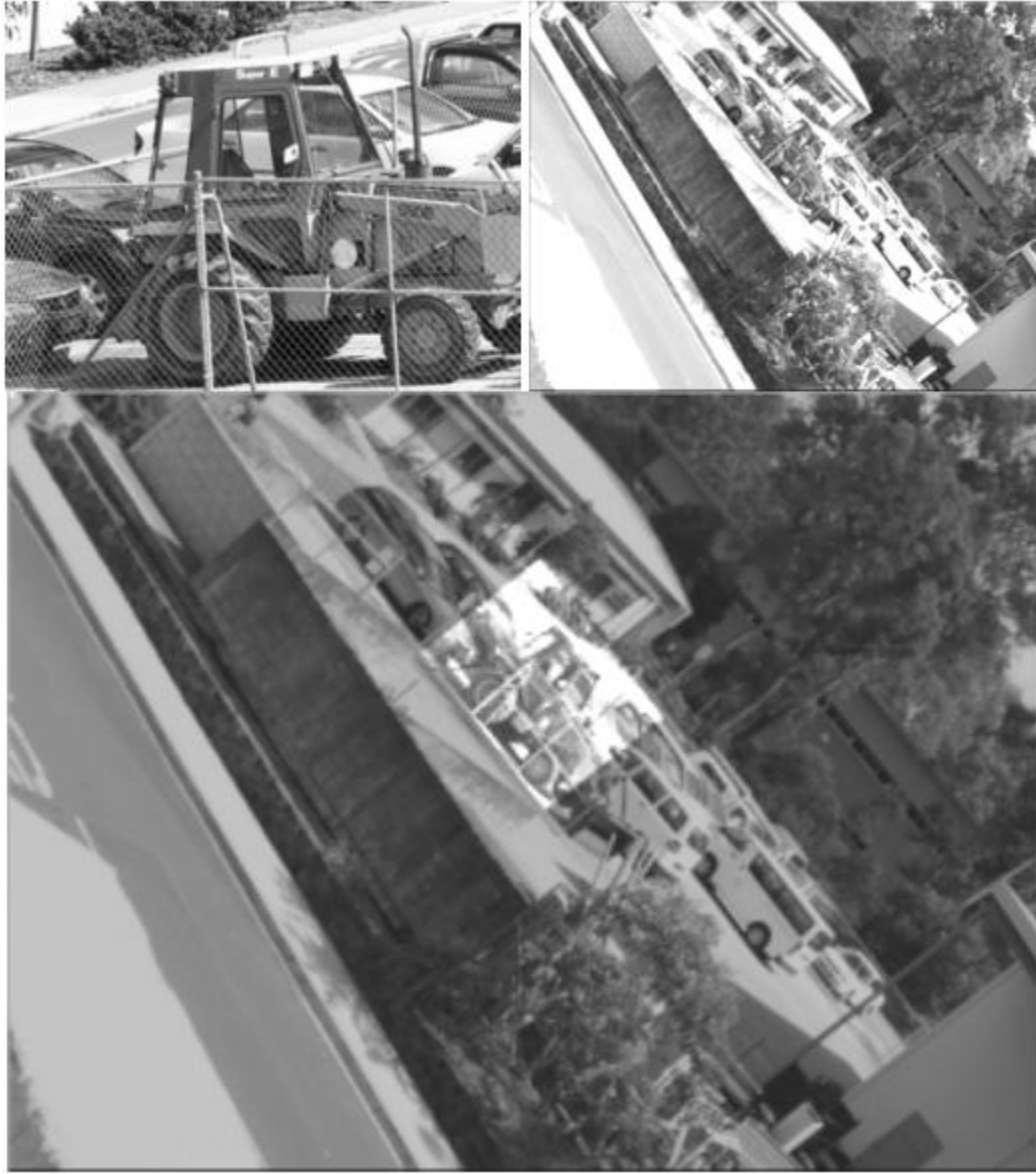


Példa – Fourier regisztráció

A két kép ampl. spektruma polárkoordinátás ábrázolásban



Fourier regisztráció példa



Hasonlóság mértékek

- **Intenzitás alapú eljárásokhoz**
- Kép különbségképzés: SSD sum of squares of intensity differences

$$SSD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |I_1(i) - I_2(i)|^2$$

- Korrelációs együttható

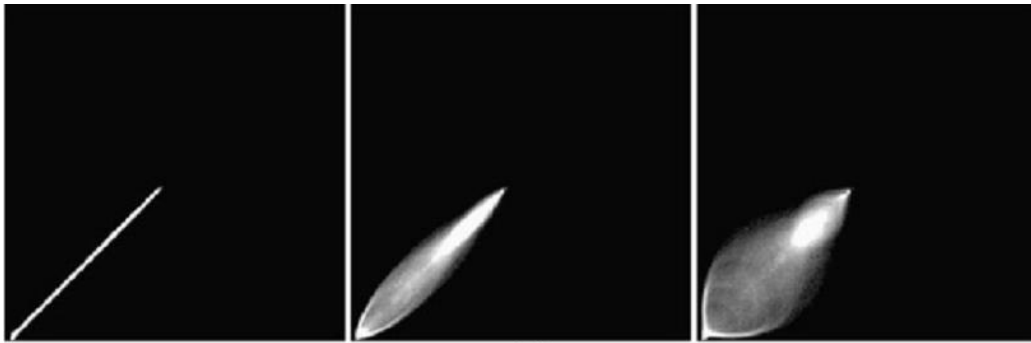
$$C(u, v) = \frac{\sum_x \sum_y I_1(x, y) I_2'(x - u, y - v)}{\sqrt{\sum_x \sum_y I_2'^2(x - u, y - v)}}$$

- Együttes sűrűségfüggvény

$$PDF(j, k) = \frac{Hist(j, k)}{\sum_{j, k} Hist(j, k)}$$

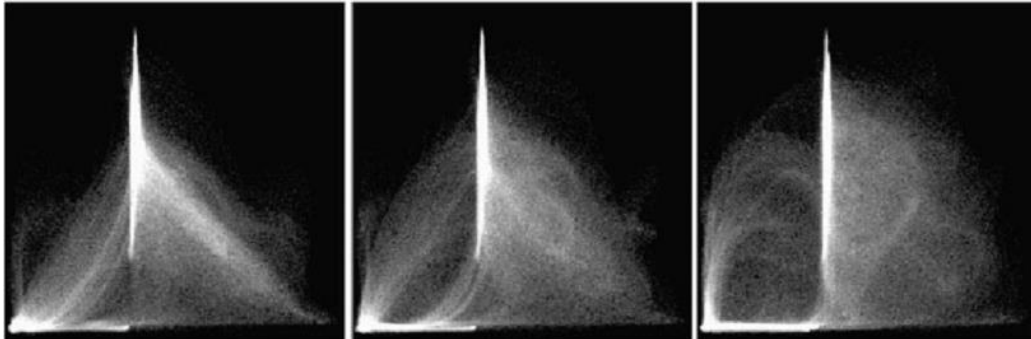
ahol $Hist(j, k)$ a két kép együttes hisztogramja

Együttes hisztogram



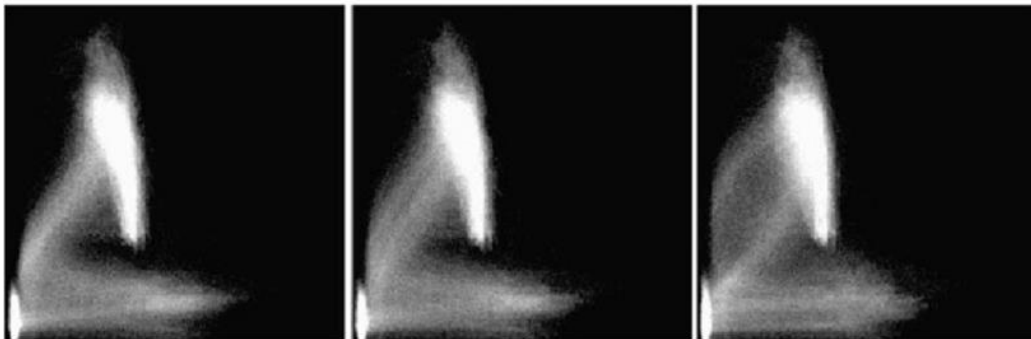
(a)

- MR-MR



(b)

- MR-CT



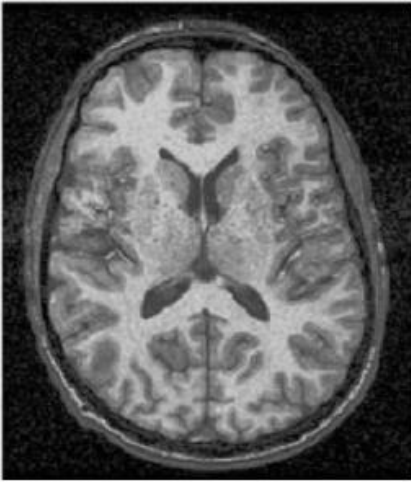
- MR-PET

illeszkedő

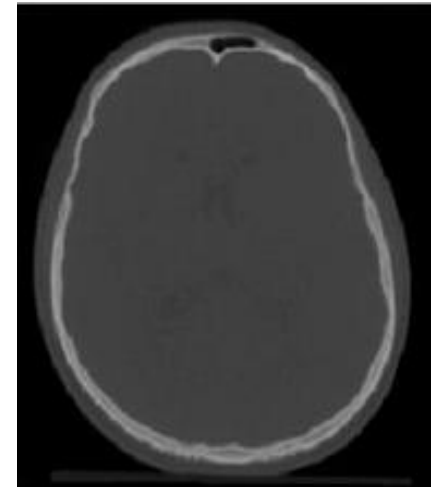
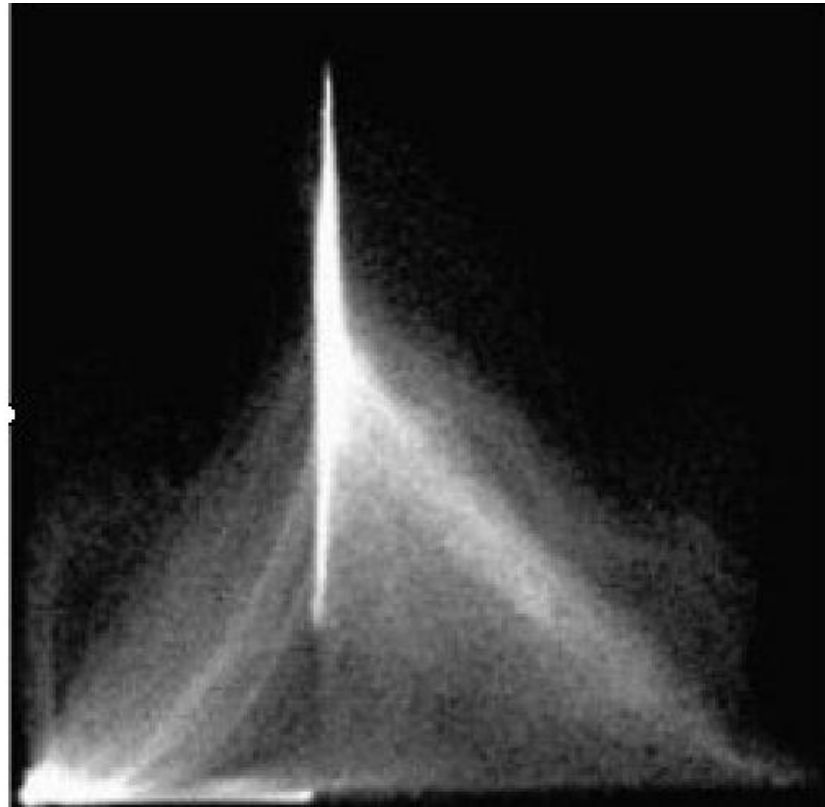
kis elmozdulás

nagyobb elmozdulás

Együttes hisztogram - fúziós regisztráció

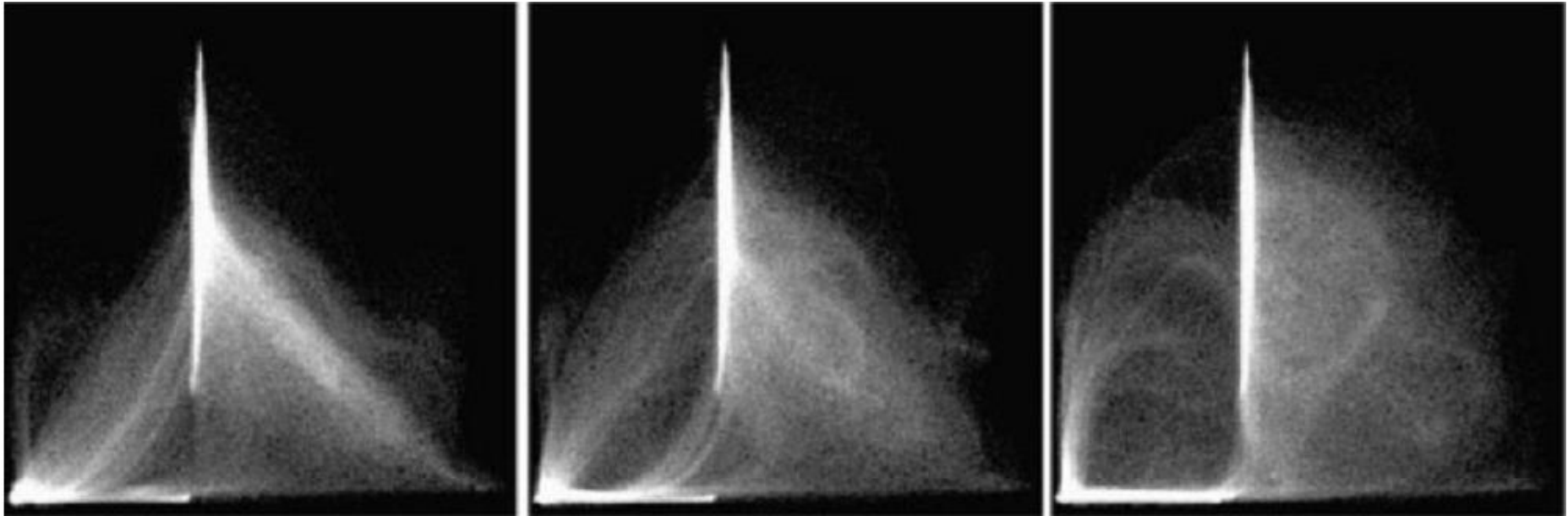


MRI image



CT image

Együttes hisztogram - fúziós regisztrációs



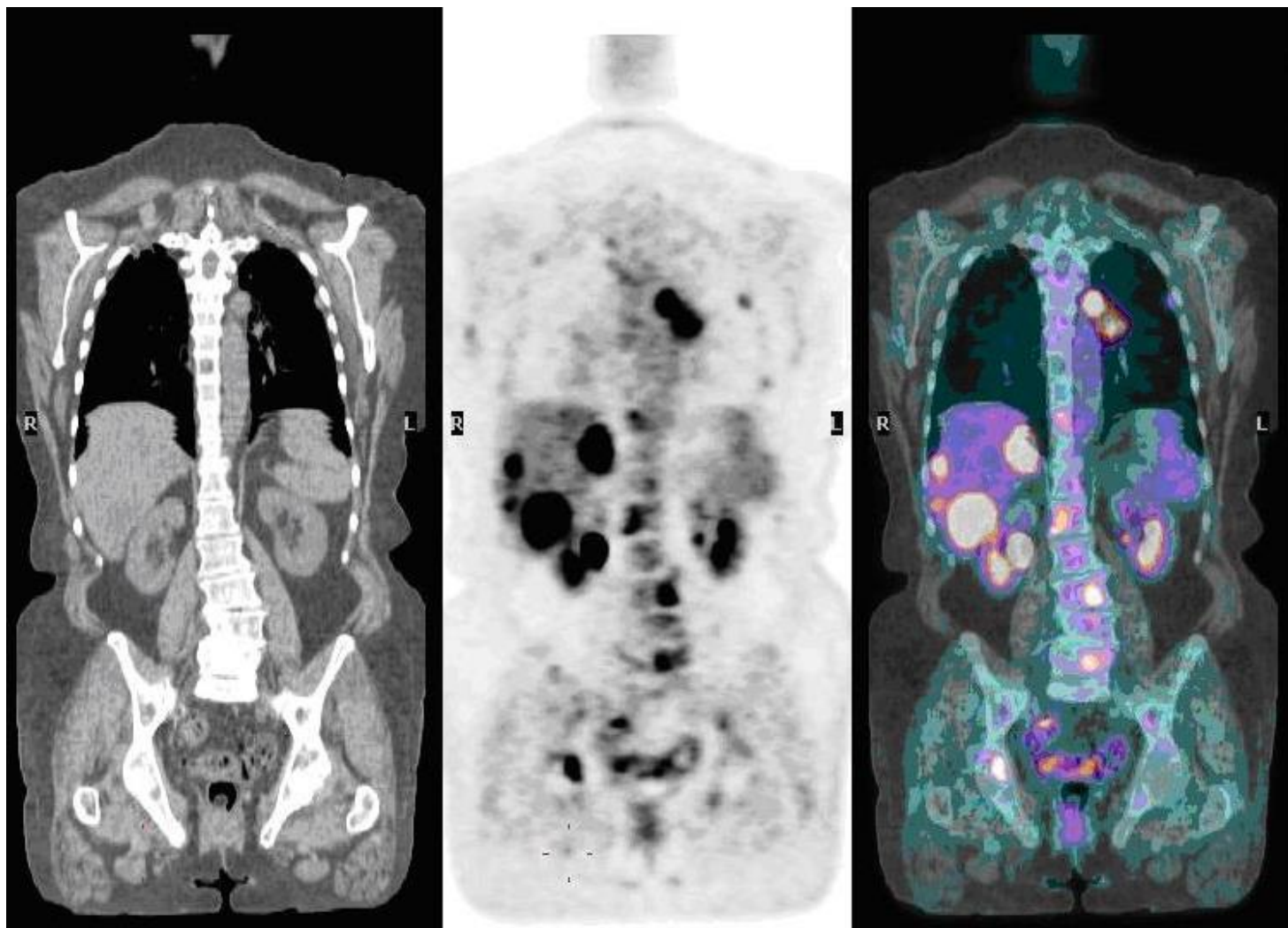
tökéletesen illeszkedő
képek

2mm elmozdulás

5mm elmozdulás
az egyik képnél

Megfigyelés: a két kép tökéletes illesztésénél az együttes hisztogram a legélesebb

PET - CT



Hasonlóság mértékek

Intenzitás alapú eljárásokhoz

Entrópia

$$H = - \sum_s p(s) \log p(s)$$

Az együttes entrópia (minimalizálás)

$$H = - \sum_{j,k} PDF(j,k) \log PDF(j,k)$$

Kölcsönös információ (maximalizálás)

$$MI(I_1, I_2') = H(I_1) + H(I_2') - H(I_1, I_2')$$

$$MI(I_1, I_2') = \sum_{i,j} p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{p_i p_j}$$

Kullback-Leibler divergencia $KL(I_1, I_2') = \sum_i p_{1,i} \log \frac{p_{1,i}}{p_{2,i}}$

Hasonlósági metrikák

- Normalizált keresztkorrelációs függvény
 - Fehér zajnál hatékony, lokális torzításokra érzékeny. Nehéz a korrelációtérben nagy csúcsot találni
- Korrelációs együttható
- Fázis korreláció
 - Frekvenciafüggő zajra nem érzékeny
- Az intenzitáskülönbségek abszolút értékeinek összege
 - Hatékonyan számítható, ha nincsenek lokális torzítások, jó egyezést lehet találni
- Kontúr/felszín különbségek
 - Strukturális regisztráció esetén jó
- Előjelváltások száma a pontonkénti intenzitáskülönbségeknél
 - Nem hasonló képeknél működik jól