

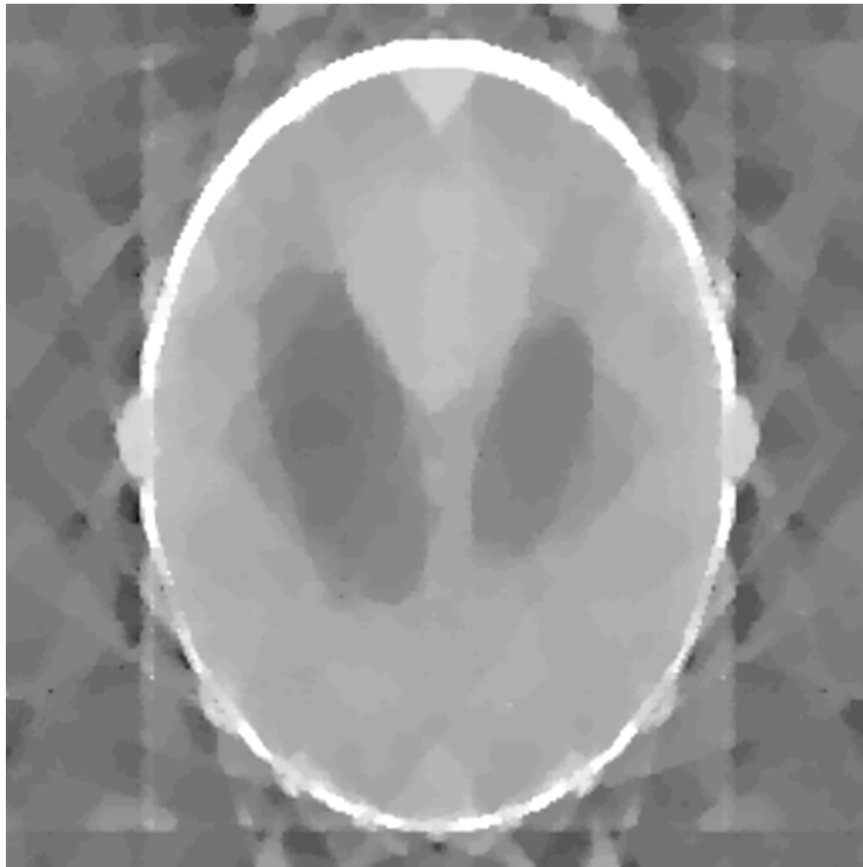
Rekonstrukciós eljárások

Orvosi képdiagnosztika

2017 ősz

Élet a konvex optimalizáció túl

- CT-s szimuláció, 10 projekcióból ($\Delta\theta=18^\circ$):



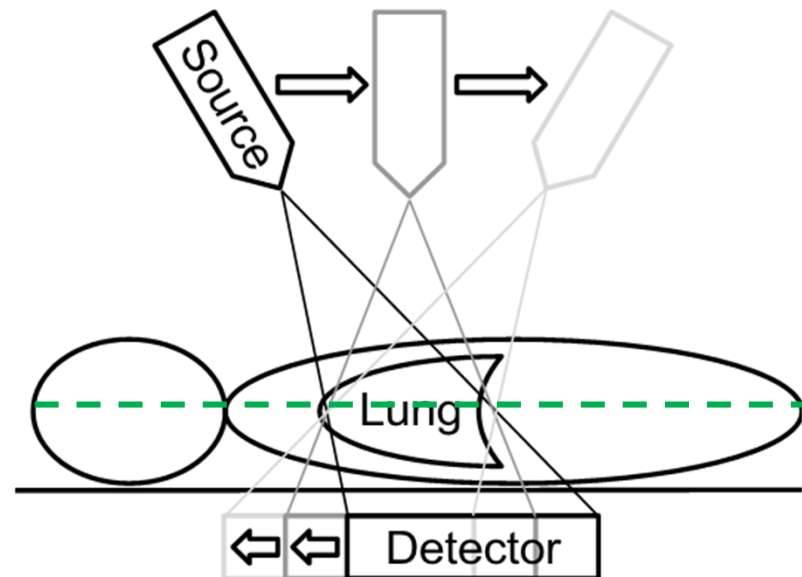
Konvex: L2-TV



Valóban ritkasági priorral

Lineáris tomoszintézis

- Speciális CBCT változatnak tekinthető:
 - Detektor és a sugárforrás egymással és a flat-panel detektor oszlopaival párhuzamosan mozog.
 - Projekciók limitált szögtartományból ($\pm 10^\circ$ - 40°)
- Irányfüggő felbontás / képminőség:
 - Detektorral párhuzamos szeletek felbontása megegyezik a detektor felbontásával
 - Detektorra merőleges irányban nagyon rossz felbontás : limitált szögtartomány ára ...



Shift And Add

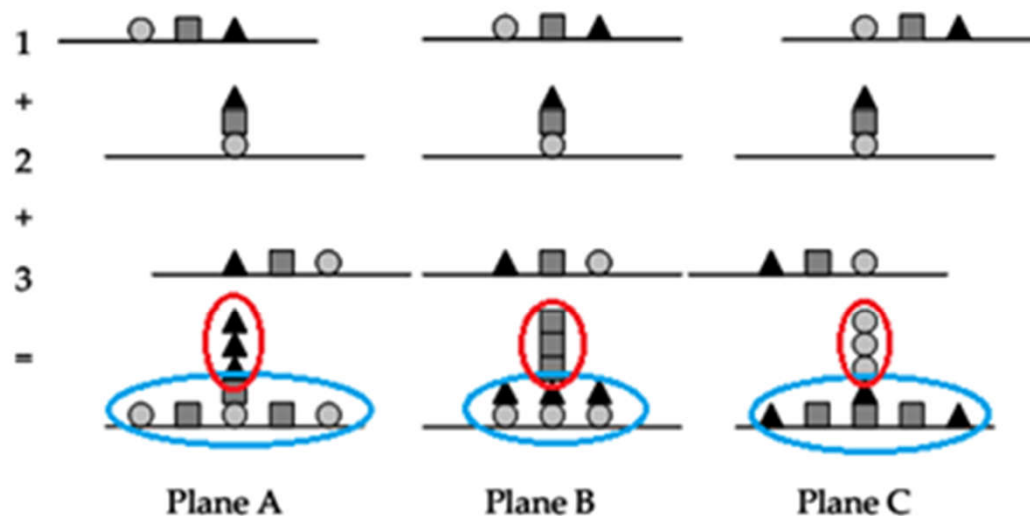
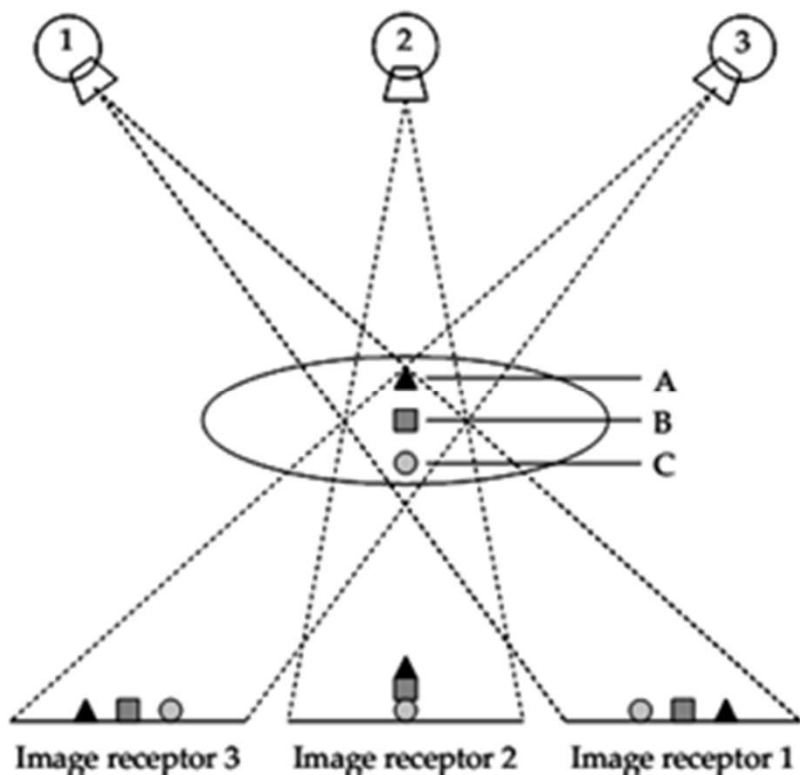
(Lineáris tomoszintézis esetén)

- A térfogat 0 vastagságú szeleteinek vetületei a felvételi geometria és a szelet magasságának függvényében eltolódnak.
- SAA rekonstrukciója egy adott szeletnek:
 1. Projekciók eltolása úgy, hogy a rekonstruálni kívánt sík vetülete minden projekción azonos legyen
 2. Eltolt projekciók összegzése
- Mind az összegzés, mind az eltolás LTI művelet:
 - Soros kaszkádjuk, tehát a rekonstrukció egy MIMO LTI rendszer (bemenetek a projekciók, kimenetek a szeletek)
 - Létezik PSF/MTF-je, mellyel analitikusan minősíthető

Shift And Add

(Lineáris tomoszintézis esetén)

- SAA szeleteken fókuszbba kerülnek a rekonstruálni kívánt sík képleteinek vetületei
 - De jelentős átmosódás marad a térfogat többi síkjáról



Piros ellipszis: szeleten belüli képlet vetülete
 Kék ellipszis: szeleten kívüli képletek bemosódása

Mátrix Inverziós Tomoszintézis

- Alapötletet ugyanaz a megfigyelés adja, mint ami az SAA algoritmusét:

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(1)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(1,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(1,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(1,n)}$$

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(2)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(2,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(2,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(2,n)}$$

⋮

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(m)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(m,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(m,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(m,n)}$$

$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(j)}$ j-edik projekció i-edik oszlopának intenzitásaiból képzett vektor

Mátrix Inverziós Tomoszintézis

- Alapötletet ugyanaz a megfigyelés adja, mint ami az SAA algoritmusét:

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(1)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(1,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(1,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(1,n)}$$

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(2)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(2,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(2,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(2,n)}$$

⋮

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(m)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(m,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(m,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(m,n)}$$

$\mathbf{f}_{(:,i)}^{(j)}$ j-edik modellezett és rekonstruálni kívánt 0 vastagságú szelet projekciójának i-edik oszlopának intenzitásaiból képzett vektor

Mátrix Inverziós Tomoszintézis

- Alapötletet ugyanaz a megfigyelés adja, mint ami az SAA algoritmusét:

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(1)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(1,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(1,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(1,n)}$$

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(2)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(2,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(2,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(2,n)}$$

⋮

$$\mathbf{g}_{(:,i)}^{(m)} = \mathbf{f}_{(:,i)}^{(1)} * \mathbf{t}_{(m,1)} + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(2)} * \mathbf{t}_{(m,2)} + \dots + \mathbf{f}_{(:,i)}^{(n)} * \mathbf{t}_{(m,n)}$$

$\mathbf{t}_{(j,i)}$ i-edik rekonstruálandó szelet vetületének j-edik projekcióbéli impulzusválaszát leíró vektor, mivel csak eltolást modellez, ezért egy dirac-delta diszkretizáltja.

Mátrix Inverziós Tomoszintézis

- Jelentősen egyszerűsödik a feladat, ha a vektor egyenletrendszer frekvenciatérben vizsgáljuk:

$$\mathbf{g}_{(j)}(\omega) = \mathbf{T}(\omega) \cdot \mathbf{f}_{(j)}(\omega) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{f}_{(j)}(\omega) = \mathbf{T}(\omega)^\dagger \cdot \mathbf{g}_{(j)}(\omega)$$

$$- \mathbf{g}_{(j)}(\omega) = \left[FT_\omega \left\{ \mathbf{g}_{(:,j)}^{(1)} \right\} \quad FT_\omega \left\{ \mathbf{g}_{(:,j)}^{(2)} \right\} \quad \dots \quad FT_\omega \left\{ \mathbf{g}_{(:,j)}^{(m)} \right\} \right]^T$$

$$- \mathbf{f}_{(j)}(\omega) = \left[FT_\omega \left\{ \mathbf{f}_{(:,j)}^{(1)} \right\} \quad FT_\omega \left\{ \mathbf{f}_{(:,j)}^{(2)} \right\} \quad \dots \quad FT_\omega \left\{ \mathbf{f}_{(:,j)}^{(n)} \right\} \right]^T$$

$$- \mathbf{T}(\omega) = \left\{ FT_{(\omega)} \left\{ \mathbf{t}_{(j,i)} \right\} \right\}$$

- Összegezve a MITS alapötlete, hogy lineáris tomo esetén a frekvenciatérbeli felírás jelentősen kompaktabb az inverz probléma képtérbeli felírásánál.

Mátrix Inverziós Tomoszintézis gyakorlati megvalósítása

- Diszkretizálás és a DFT okozta problémák:
 - Mintavételezés: $t_{(i,j)}$ mintavételezése az egész rendszer viselkedését jelentősen befolyásolja:
 - Energiája nem változhat a mintavételezés hatására, ellentétben jelentősen torzítunk...
 - Figyelembe véve a frekvenciatérbeli műveletvégzést, a mintavételezés frekvenciatartományban történik (ideális - sinc interpolációval ekvivalens képtérben).
 - DFT által okozott spektrumszivárgás is jelentős probléma:
 - Klasszikus megoldás, az ablakozás natívan nem adekvát.

Mátrix Inverziós Tomoszintézis spektrumszivárgás

- Felvételi elrendezés miatt oszloponként történik az inverz szűrés, elegendő a függőleges cirkularitás:
 - Az projekciók extrapolációja nem úszható meg, ellenkező esetben a „csavarodás artefekt történik”.
 - Extrapoláció szükséges mértéke $t_{(j,i)}$ tartóinak a maximuma, ezzel elérhető, hogy csak extrapolált terület csavarodhat be.
- Probléma projekciók extrapolálásával kezelhető:
 - Extrapoláció olyan képterülettel terjeszti ki a projekciókat, mely a „legsimább” átmenetet és cirkuláris projekciót generál.

Mátrix Inverziós Tomoszintézis spektrumszivárgás



Extrapoláció nélkül



Extrapoláció alkalmazásával

Mátrix Inverziós Tomoszintézis

Dekonvolúció numerikus problémái

- $\mathbf{T}(\omega)^\dagger$ zajérzékenysége jelentős problémaforrás

– Kondíciós szám $cond(\mathbf{T}(\omega)) = \sigma_{\max} / \sigma_{\min}$ származtatása:

$$cond(\mathbf{T}) = \max_{\mathbf{e}, \mathbf{b}} \left\{ \frac{\|\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{e}\|_2 / \|\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{b}\|_2}{\|\mathbf{e}\|_2 / \|\mathbf{b}\|_2} = \frac{\|\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{e}\|_2 / \|\mathbf{e}\|_2}{\|\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{b}\|_2 / \|\mathbf{b}\|_2} \right\}$$

- Legyen $\mathbf{T} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^*$ SVD felbontás, ekkor $\mathbf{T}^\dagger = \mathbf{V} \cdot \mathbf{\Sigma}^\dagger \cdot \mathbf{U}^*$

- Mivel \mathbf{U} és \mathbf{V} oszlopvektorai ortonormált bázisok, ezért

$$\max_{\mathbf{e}} \left\{ \|\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{e}\|_2 / \|\mathbf{e}\|_2 \right\} = 1/\sigma_{\min} \quad \text{és} \quad \min_{\mathbf{b}} \left\{ \|\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{b}\|_2 / \|\mathbf{b}\|_2 \right\} = 1/\sigma_{\max}$$

- Zajcsökkentő regularizáció célja $cond(\mathbf{T})$ minimalizálása

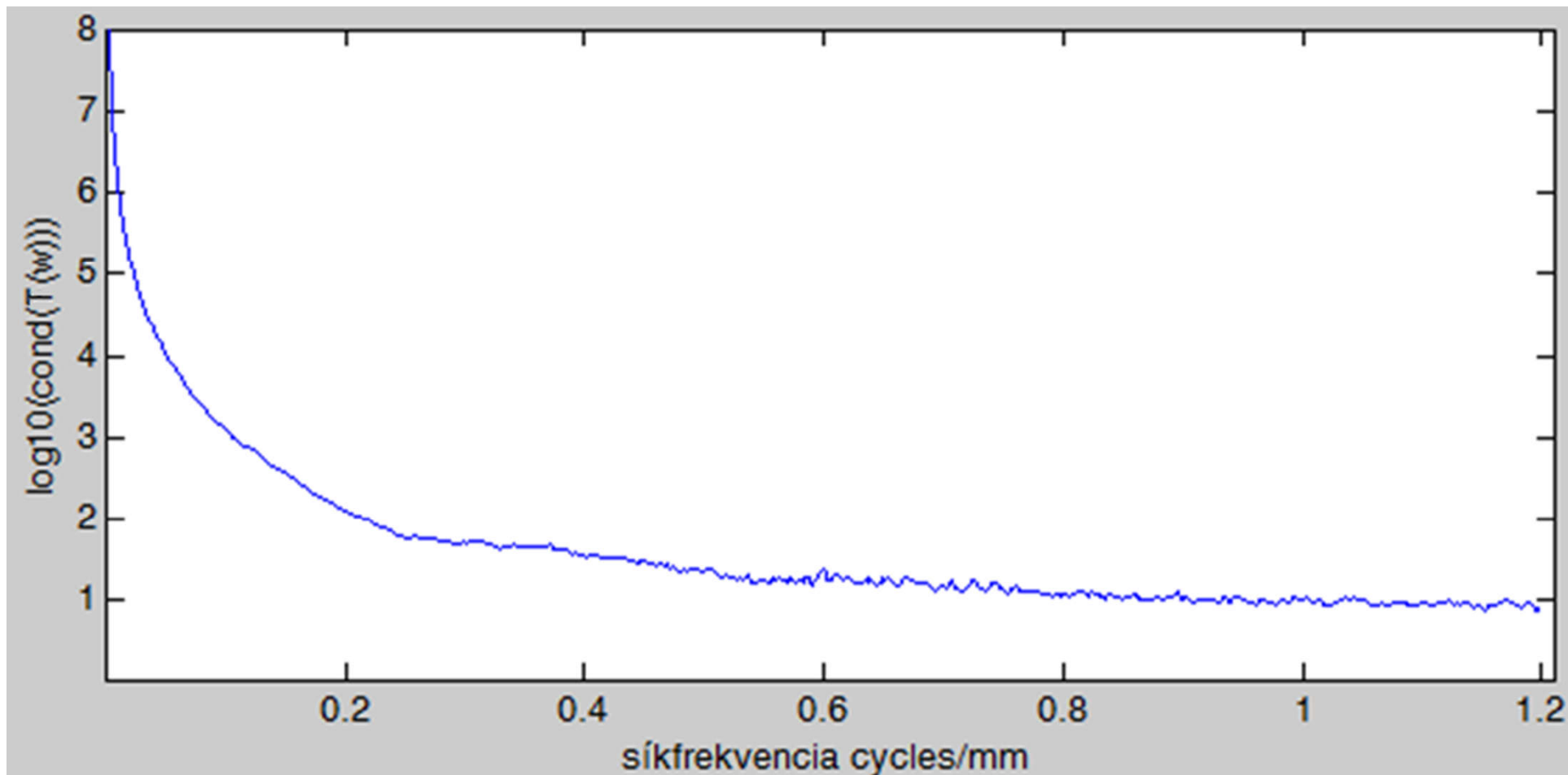
Mátrix Inverziós Tomoszintézis

Dekonvolúció zajérzékenysége

- $\mathbf{T}(\omega)^\dagger$ előállítás csonkolt SVD-vel:
 - $\mathbf{T}^\dagger = \mathbf{V} \cdot \mathbf{\Sigma}^\dagger \cdot \mathbf{U}^*$, ahol $\mathbf{\Sigma}^\dagger_{(i,i)} = \begin{cases} 1/\sigma_i & |\sigma_i| > \varepsilon \\ 0 & |\sigma_i| \leq \varepsilon \end{cases}$
 - Kísértetiesen hasonlít a csonkolt dekonvolúcióra:
 - Joggal, a különbség annyi, hogy ott a DFT mátrixával diagonalizálunk, míg SVD esetén a bal, illetve jobb oldali sajátvektor mtrx.-okkal „diagonalizálunk”
- $\mathbf{T}(\omega)$ regularizált Moore- Penrose pseudo inverze a Wiener dekonvolúció általánosítottja

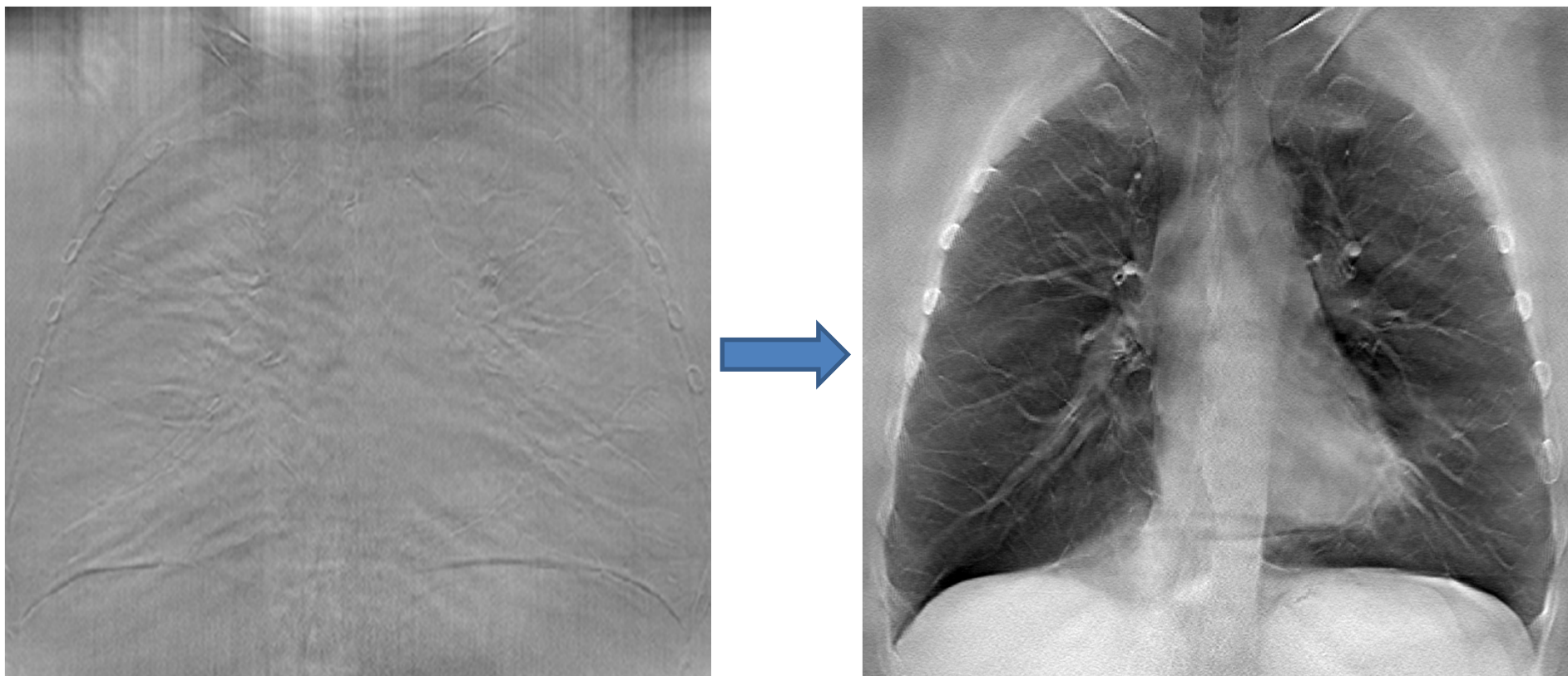
Mátrix Inverziós Tomoszintézis

Kondíció lineáris tomoszintézis esetén



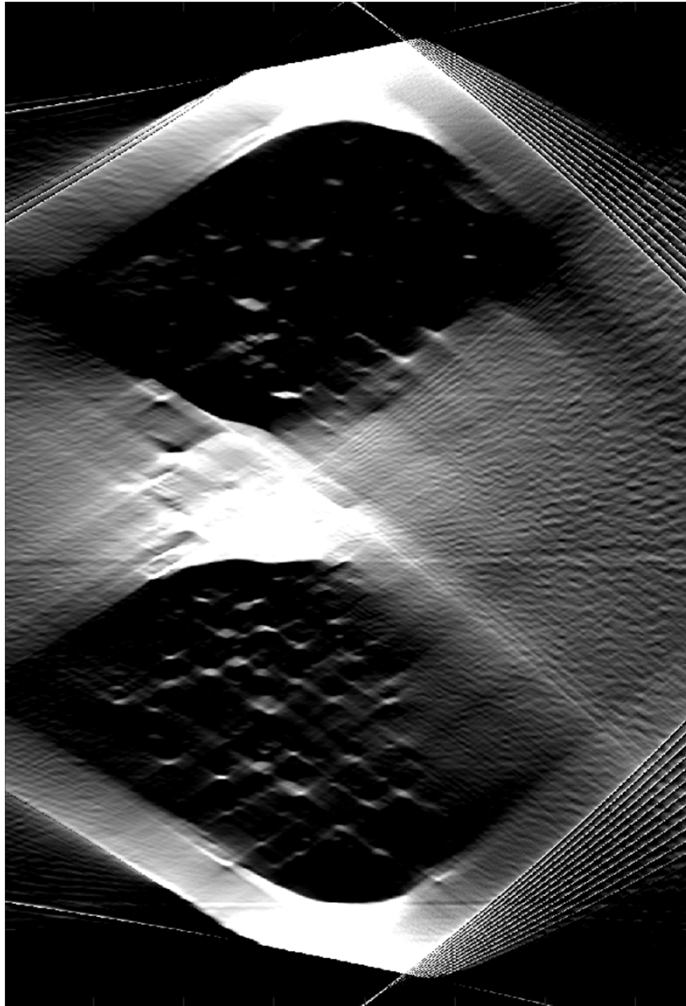
Korlátolt szögtartomány miatt alacsony frekvencia esetén a projekciókon kisebb a változás, aminek következménye a nagyobb zajérzékenység.

Mátrix inverziós tomoszintézis Csonkolt SVD hatása

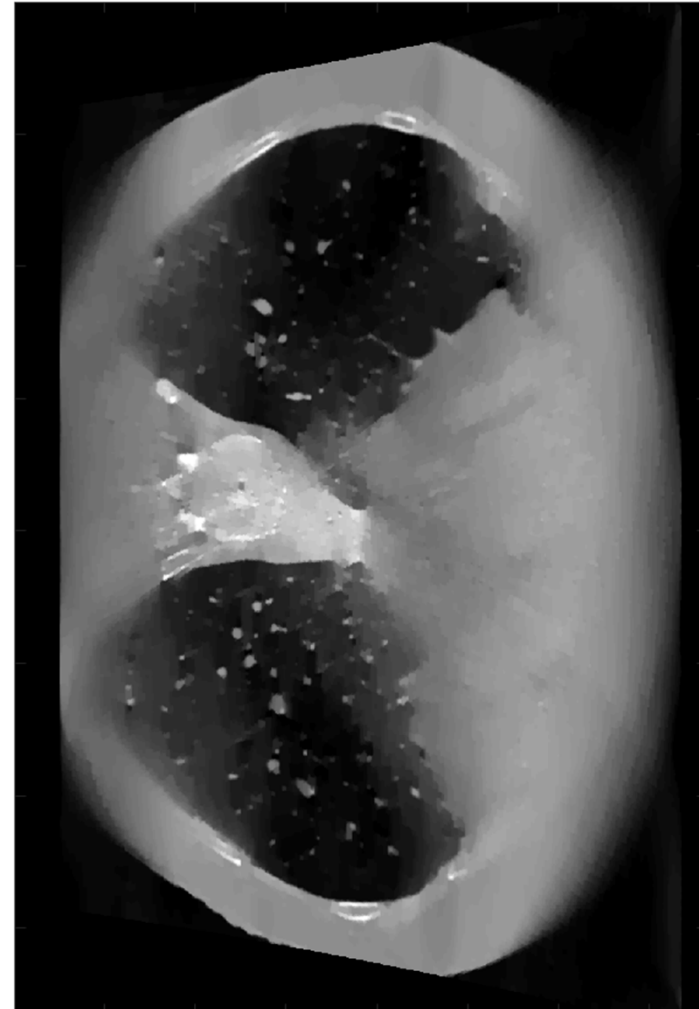


Jól látható, hogy a magasfrekvenciás tartomány zaja dominál a direkt dekonvolúciónál, míg a Csonkolt SVD jelentősen javít a helyzeten.

Limitált szögtartomány ($\pm 40^\circ$, 50 projekció) - MAP becslés



FBP



Ritkasági regularizáció

Rekonstrukciókkal szembeni elvárások

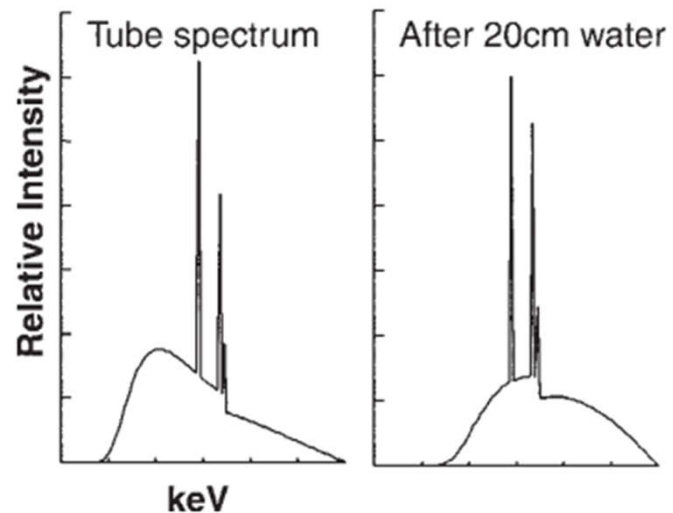
- Kvalitatív képet kapjunk:
 - Adott voxel / pixel intenzitása csak az ott jelenlévő szövet felépítésétől (CT, MRI) / viselkedésétől (PET, SPE(C)T) függjön.
 - Valójában ez sosem teljesül, de ez lenne a cél
- Hounsfield Unit
 - Röntgenes eset abszolút szűrkeségi skálája:

$$HU = \frac{\mu - \mu_{\text{víz}}}{\mu_{\text{víz}} - \mu_{\text{levegő}}} \cdot 1000$$

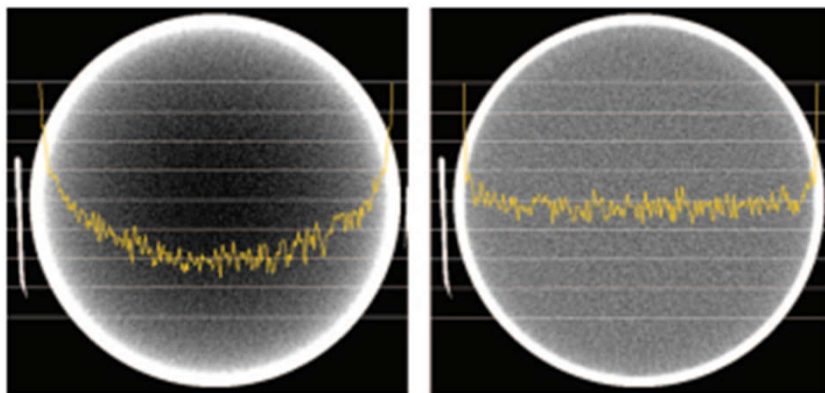
Különböző anyagok lin. csill. Együtthatói HU-ban

Anyag neve	[HU]
Levegő	-1000
Tüdő szövet	-500
Zsír	-100 – -50
Víz	0
Agy-gerincvelői folyadék	15
Vese	30
Vér	+30 – +45
Izom	+10 – +40
Szürke állomány	+37 – +45
Fehér állomány	+20 – +30
Máj	+40 – +60
Lágyrész	+100 – +300
Csont	+700 – +3000

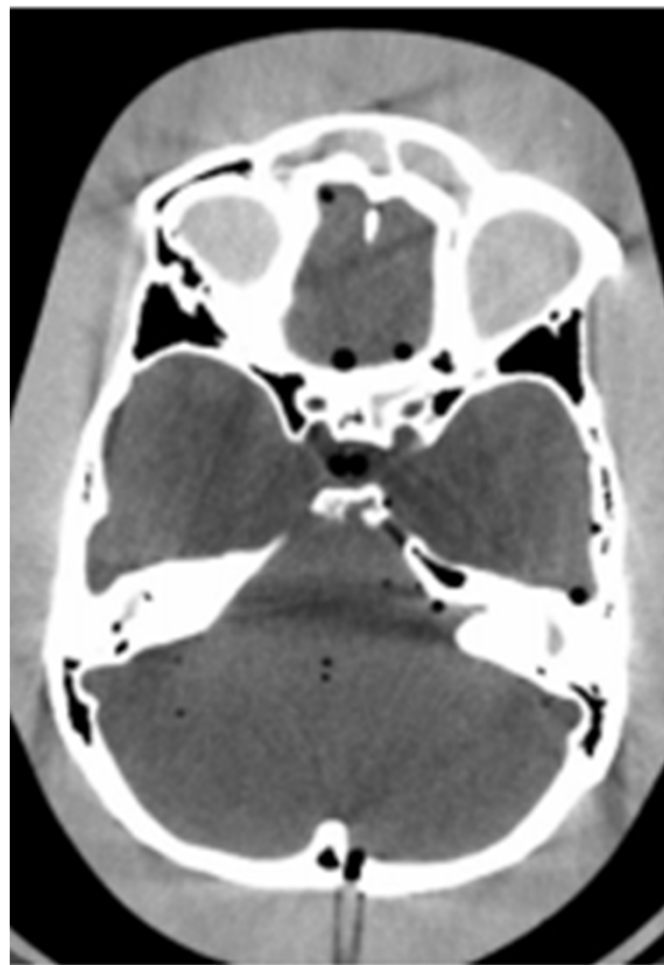
Sugárkeményedés artifakt



Röntgensugár intenzitás spektruma



Csésze artifakt



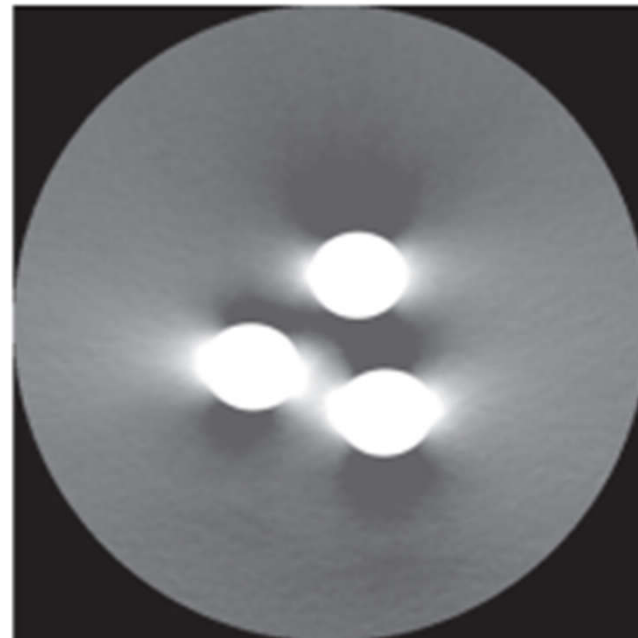
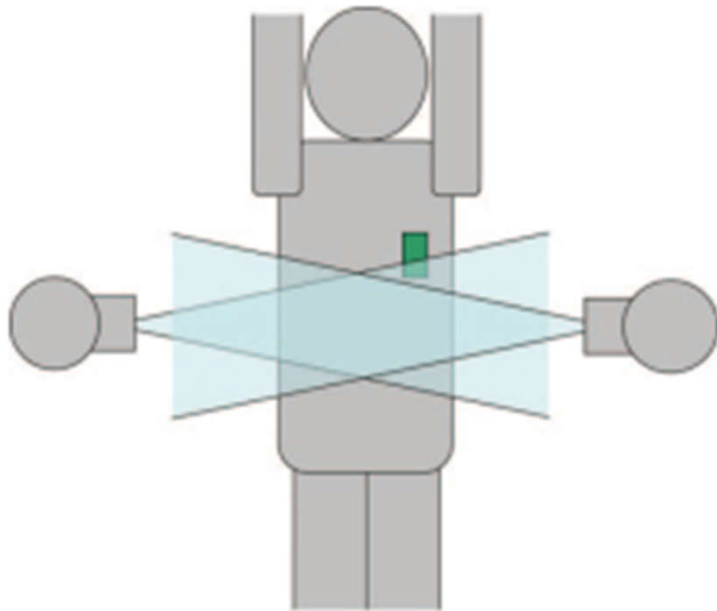
Sugárkeményedés miatti „streaking”

Sugárkeményedés artifakt

- Kompenzációs módszerek:
 - Keményítő szűrő alkalmazása a sugárforráson
 - Tipikusan nagy csillapítású homogén fémekkel (ólom, réz, wolfram, stb.)
 - Kalibrálással
 - Pl. hengeres vízfantommal – valódi páciens sosem hengeres uniform víz...
 - Szoftveresen
 - Pl. csontok sugárkeményítésének modellezése levetítésnél (ez is csak közelítő módszer)

Részleges térfogat artifakt

- Széles kollimálású nyalábnál csak a szelet projekciók egy részére vetül az objektum

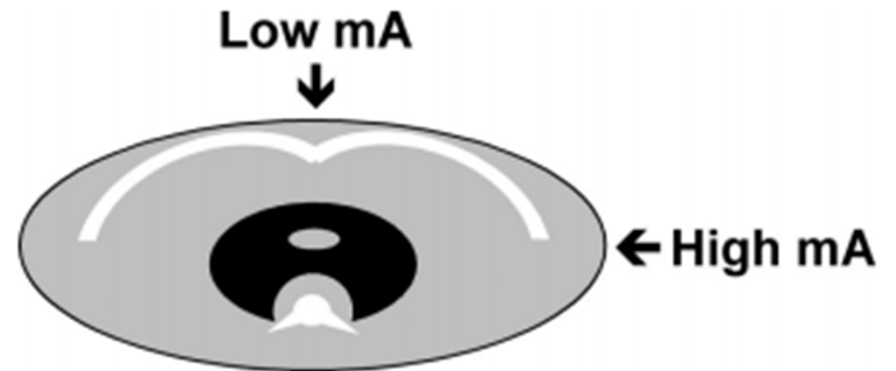


Foton éhezés artifakt

- Vizsgált térfogaton belüli anyagok teljesen elnyelik a röntgen fotonokat (tipikusan fémek, sűrű csontok).



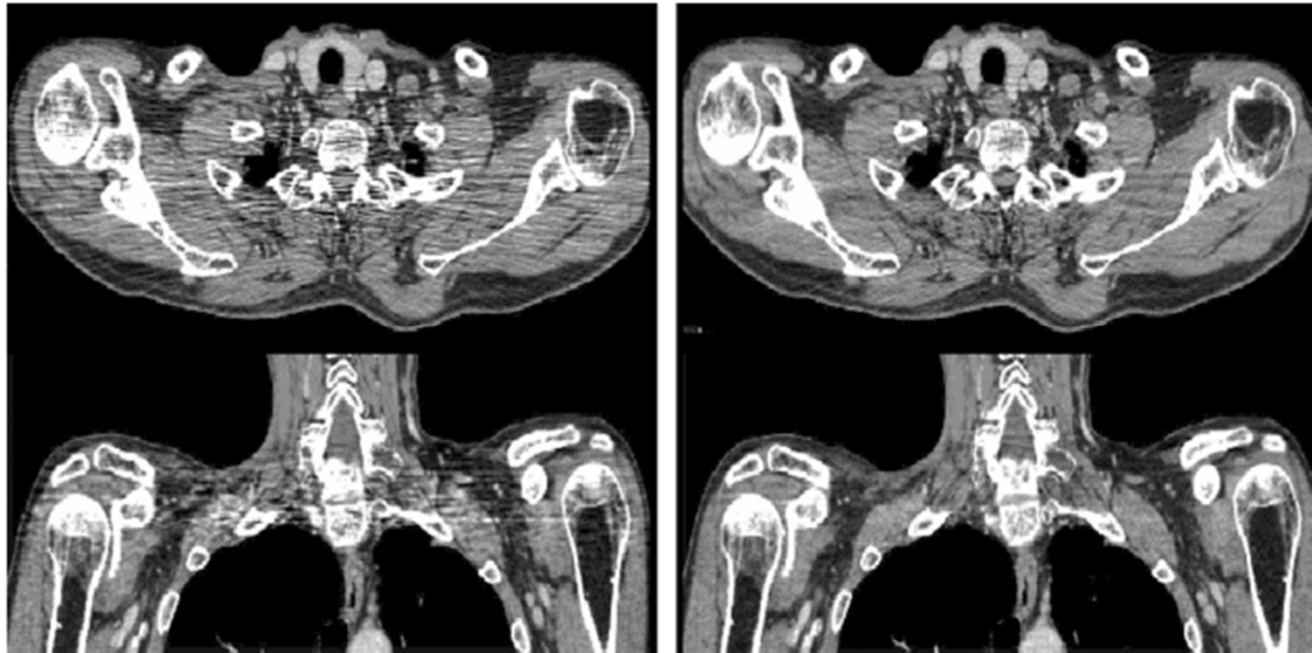
Streaking a rekonstruált szeleteken a kulcscsont miatt



Kompenzálás: problémásabb sugaraknál nagyobb csőáram (nagyobb dózis)

Foton éhezés artifakt

- Szoftveres korrekciók:
 - Adaptív filtráció: problémás sugarakhoz tartozó voxelek csillapítási együtthatóinak elmosása
 - MAP becslés



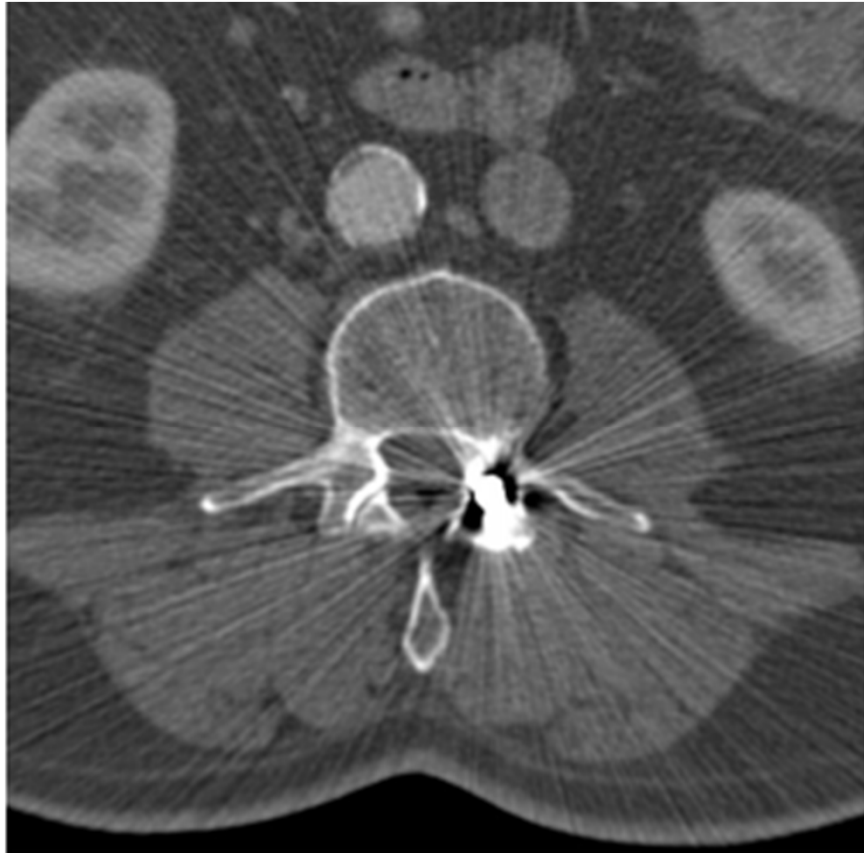
Normál rekonstrukció

Adaptív filtráció

Fém artifakt

- Probléma: fémek teljesen elnyelhetik a sugarat / keményen csillapíthatják / részleges térfogat /...
- Kompenzálása szoftveresen:
 - Pl. projekciókon a fémek szegmentálása, majd az intenzitásaik felülbecslése
 - MAP becslés erős regularizációval

Fém artifakt



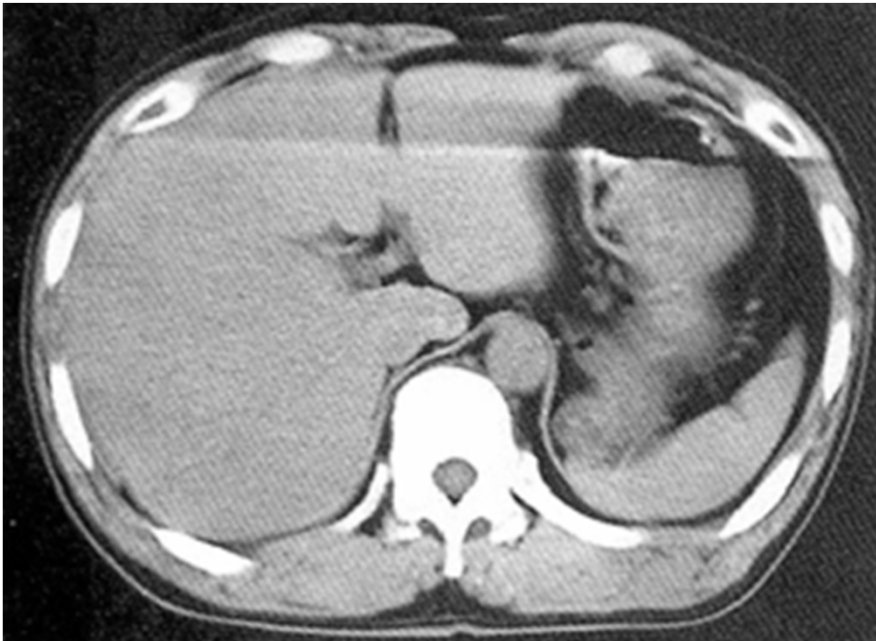
Gerinc implantátum és az ART



ART a szinogram kompenzációja után

Páciens bemozdulása

- Szív, mellkas mozgása elkerülhetetlen
 - Létezik EKG kapuzott CT, illetve speciális anyaggal lelassítható maradandó károsodás nélkül a szív
 - Az utóbbi minimalizálható levegő visszatartással



A vízszintes streaking a páciens bemozdulásának a következménye

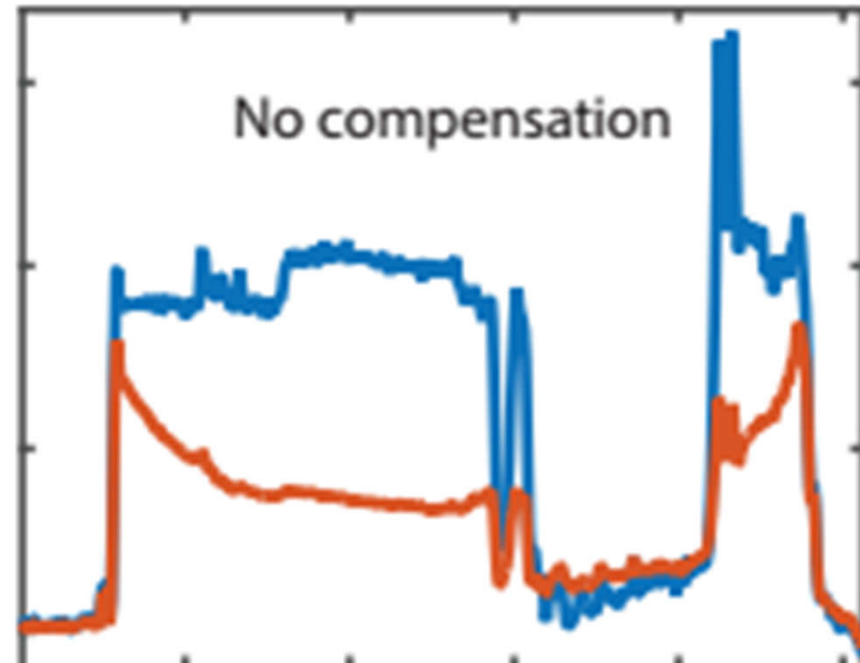
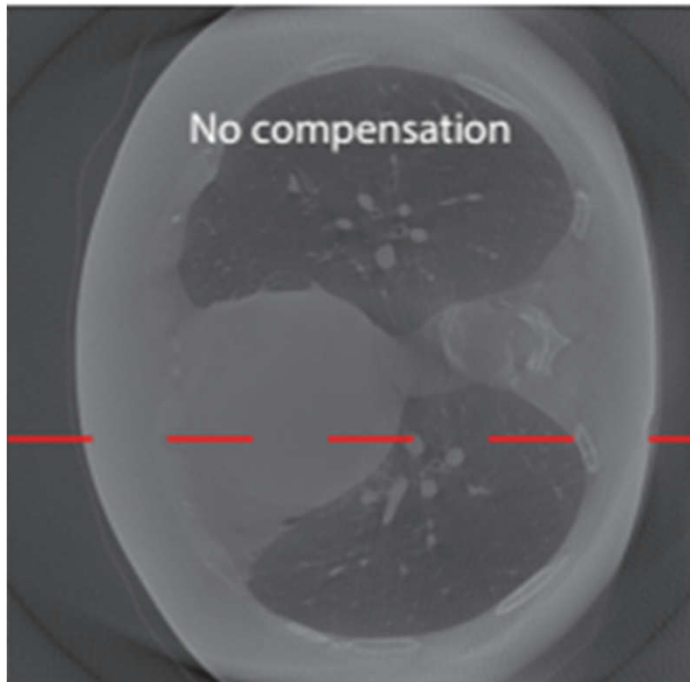
Vizsgálati mezőn kívüli objektum

- A vizsgált páciens egy testrésze olyan területen van, melyet üresnek feltételez a rekonstrukció
 - Erősen inkozisztens projekciók
 - Elkerülhető a beállítások megfelelő módosításával



Compton szóródás

- Flat panel detektornál, több soros detektornál
 - A szóródó fotonok detektorba csapódva kisebb relatív csillapodások érzékelését eredményezik
 - HW (moduláció alapú)/ SW (modell alapú) kompenzáció

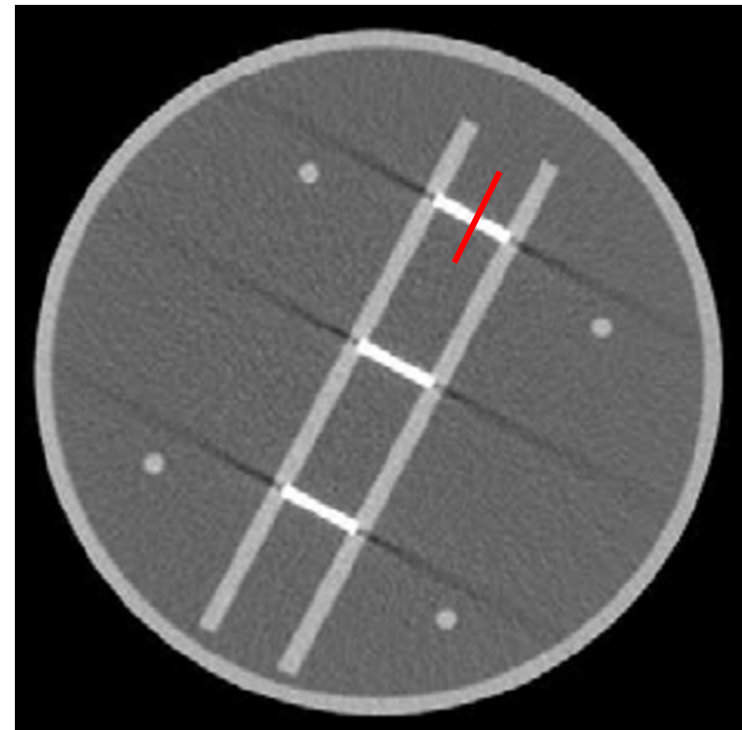
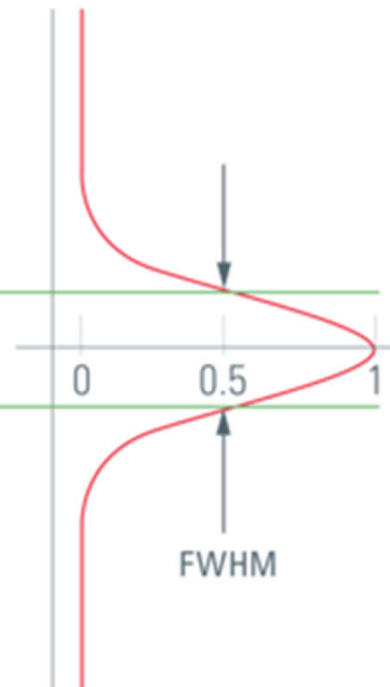
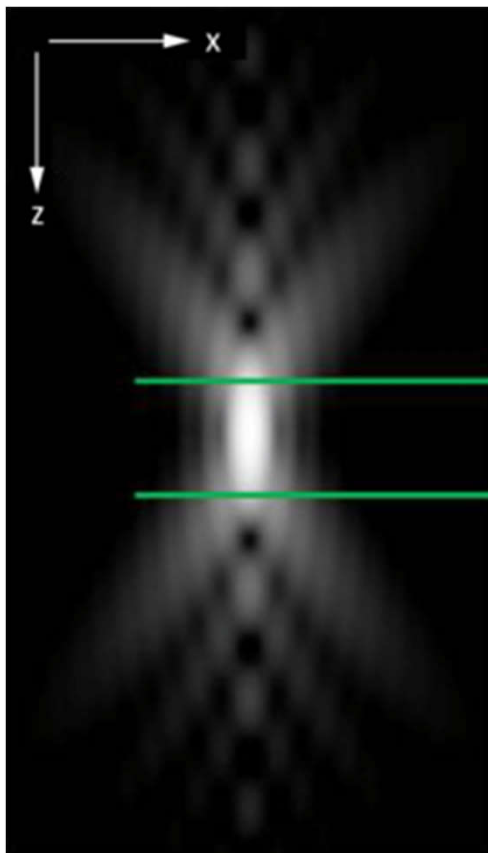
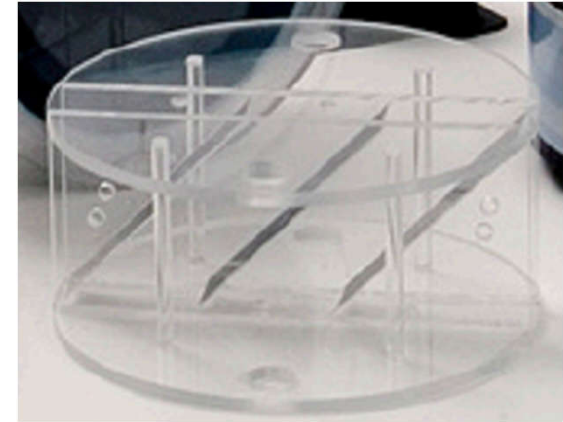


3D Röntgen tomográfia rekonstrukciós eljárásainak minősítése

- Rekonstrukció metrikái:
 - Szeleten belüli effektív felbontása (emlékeztetőül $b_w \{ \mathbf{h} \}$)
 - Irányfüggő átviteli függvény közelíthető az él pár fantom / él fantom rekonstrukciójából.
 - Szeletek effektív vastagsága:
 - Mind CT, mind Tomo esetén a rekonstruált szeletekre merőleges irány menti kiterjedése a szeleteknek.
 - Felhasználási területfüggő optimális értéke.
 - Minél kisebb, annál több szelet kell, hogy minden képlet láthatóvá váljon (legalább egy szeleten).
 - Mérése tipikusan ferde fémllemezzel / fémhuzallal.

CT Szeletvastagság

Slice Sensitivity Profile mérése a lemezek rekonstrukciójára merőlegesen: szeletvastagság FWHM elvvel becsülhető



3D Röntgen tomográfia rekonstrukció Modulációs Átviteli Függvénye

- Ferde huzal fantommal (elvben) mérhető:
 - Ha az eljárás az X-Y síkokat rekonstruálja, akkor a huzal ne legyen párhuzamos a Z tengellyel.

Lineáris tomo MITS
rekonstrukció MTF-e

