

# Képregisztrációs eljárások

Orvosi képdiagnosztika

2019 ősz

# Regisztráció célja

- **Két kép egymáshoz igazítása, illesztése**
  - Példák:
    - Időbeli követés
    - Eltérő modalitások (PET-CT, Röntgen-MRI, UH-MRI, ...) fúzió
    - Műtét (menet közbeni felvétel előzetes felvétellel való összevetése)
    - Kép alapú egyéb beavatkozás (besugárzás beállítás... )
    - Mozgás hatásának kompenzációja
- **A regisztrációs eljárások elemei:**
  - Transzformáció, interpoláció, hasonlósági metrika, optimalizálási algoritmus

# Időbeli követés példa

Korábbi felvétel



Későbbi, ellenőrző felvétel

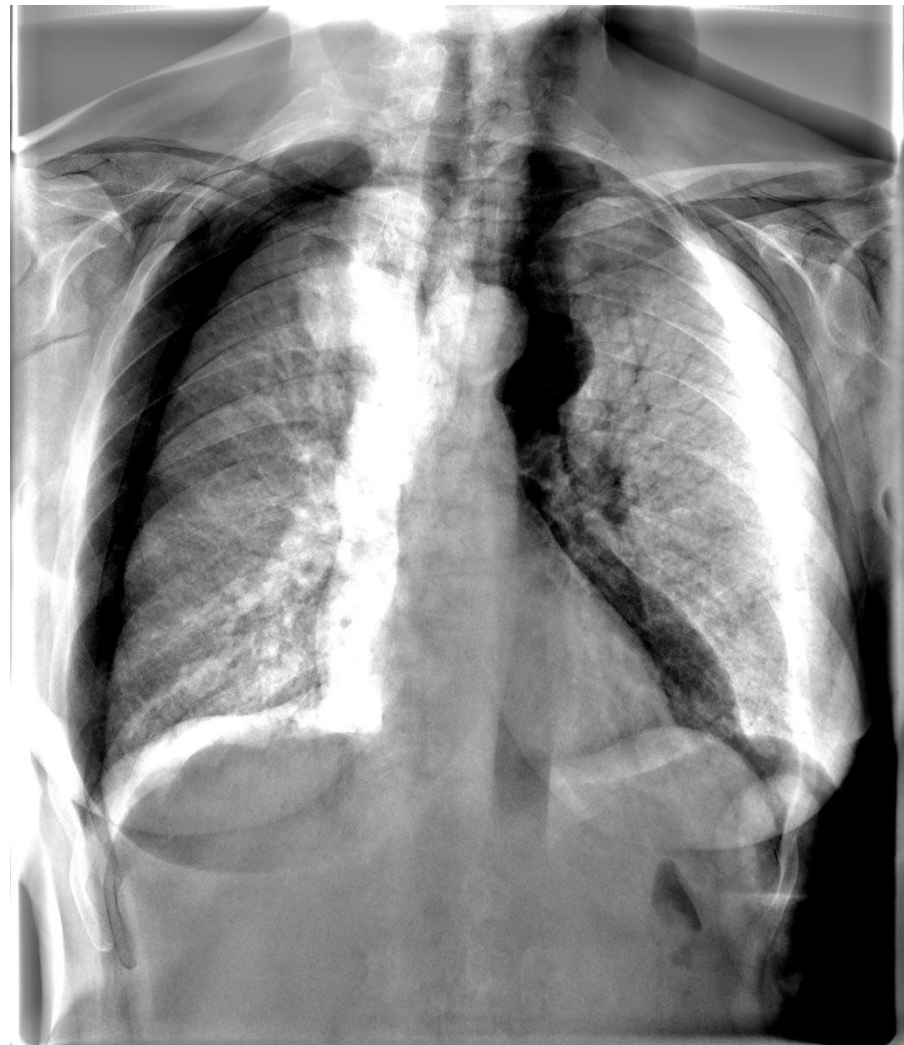


# Időbeli követés példa

Korábbi felvétel

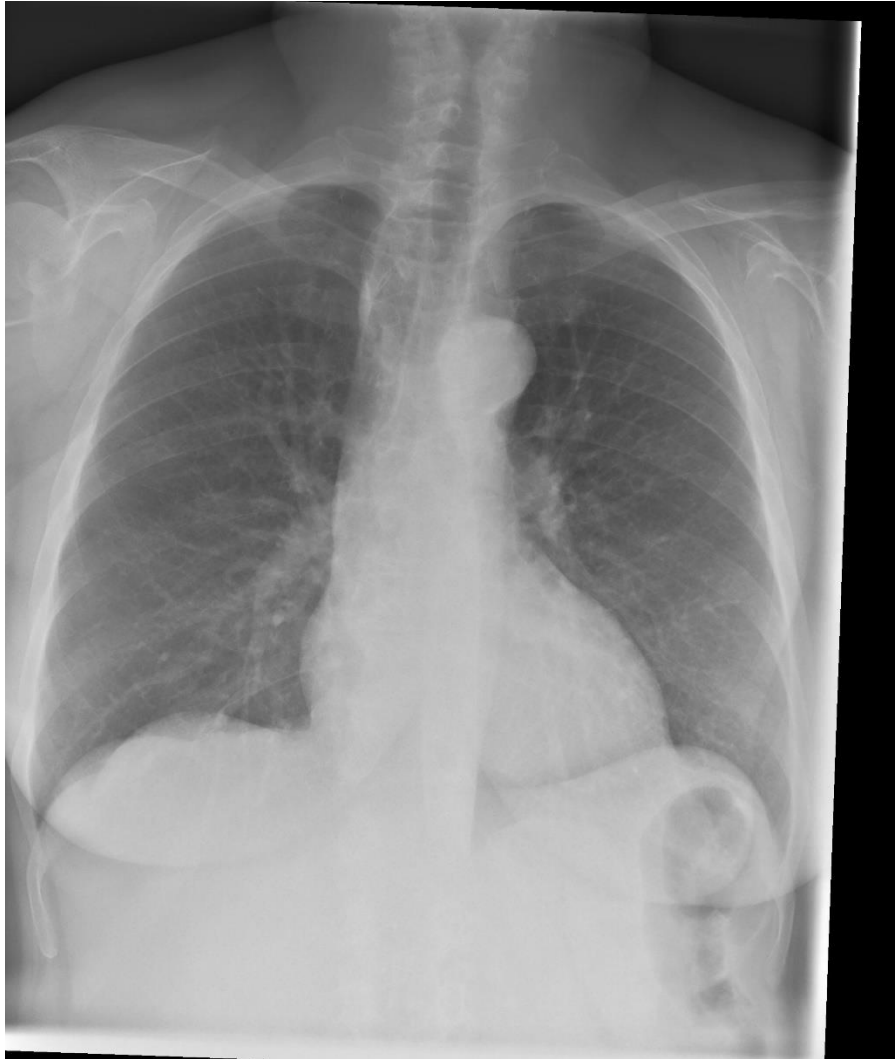


Egyszerű kivonás



# Időbeli követés példa

Korábbi felvétel merev regisztráció



Merev regisztráció utáni kivonás



# Időbeli követés példa

Korábbi felvétel merev regisztráció



Későbbi felv. rugalmas regisztrációval



# Időbeli követés példa

Korábbi felv. merev regisztrációval



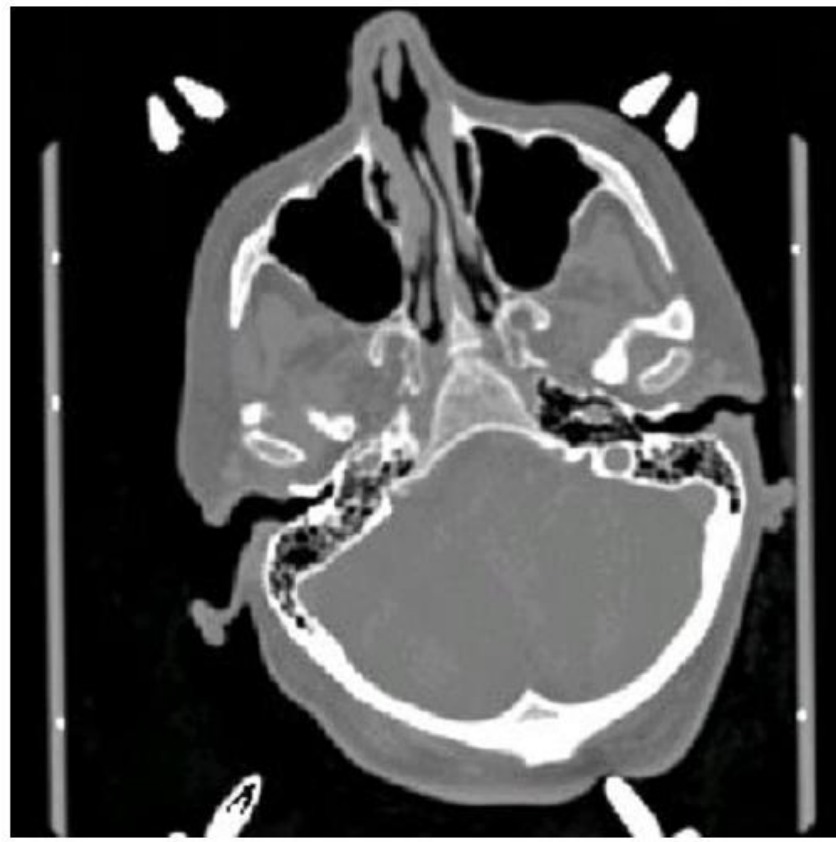
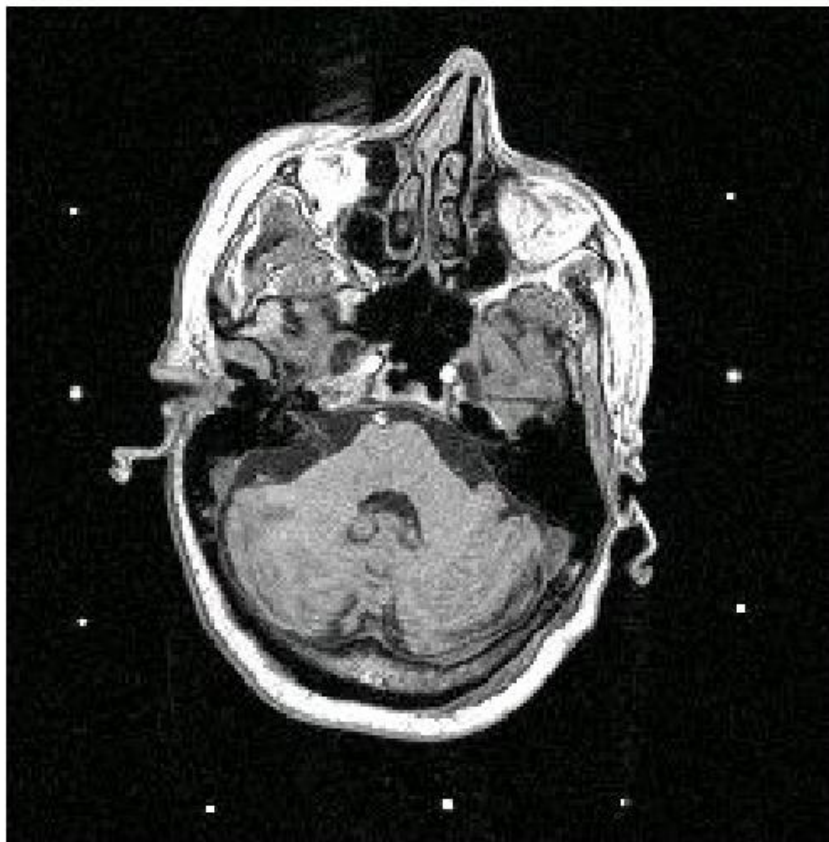
Különbségkép



# Regisztráció célja

- **Fúzióra:**

- MRI-CT, PET-CT
- CT csontok, MRI lágy részek, PET anyagcsere aktivitás (tumor, gyulladás)





# Regisztráció célja

- $I_2(x,y)=g(I_1(f(x,y)))$
- $f()$  – 2D képbeli transzformáció
- $g()$  –1D intenzitás transzformáció
  
- Feltételezve, hogy a megfeleltetés ismert  
keressük azt az  $f()$  és  $g()$  függvényt, hogy a két kép a lehető legjobban illeszkedjen (valamilyen kritérium értelmében)

# Regisztráció csoportosítása

- **Dimenzió:**
  - 2D-2D, 2D-3D, 3D-3D
- **A regisztráció bázisa**
  - Jellemzőpontok, objektumok alapján / intenzitás alapon
- **Torzítást modellező geometriai transzformáció**
  - Globális / lokális transzformáció
  - Pl. hasonlósági, affin, perspektív, szakaszosan lineáris, RBF alapú, stb.
- **Az interaktivitás mértéke**
  - teljesen automatikus, emberi közreműködés
- **Modalitás**
  - azonos
  - különböző (multimodalitás) - fúzió

# Síkbeli geometriai transzformációk

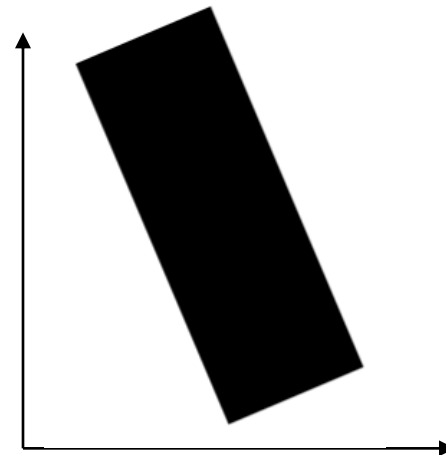
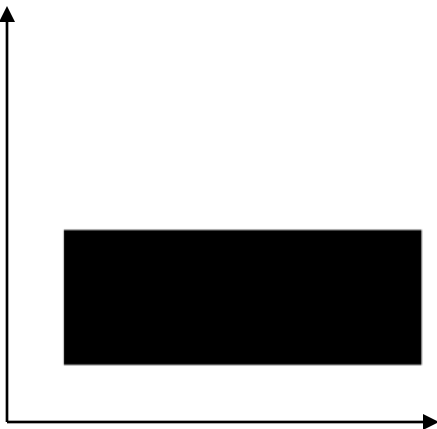
- Hasonlósági transzformációk:
  - Eltolás, elforgatás, izotróp skálázást modelleznek
  - 2 megfeleltetett pontpár alapján már számítható
- Affin transzformáció:
  - Már nyírást is képes modellezni
  - Koordináták felett lineáris – 3 pontpár kell minimum
- Projektív transzformáció:
  - Ha projektív torzulás is már jelen lehet
  - Homogén koordináták felett lineáris – 4 pontpár kell minimum
- Görbült transzformáció:
  - Lokális / elasztikus modellekkel lehet leírni

# Hasonlósági transzformáció (Merev transzf.)

- Forgatás ( $R$ )
  - Eltolás ( $t$ )
  - Skálázás ( $s$ )
- $$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad s \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
- $$\mathbf{p}_2 = \mathbf{t} + s\mathbf{R}\mathbf{p}_1$$

Lehetséges nem izotróp skálázással is, úgy viszont már nem hasonlósági transzf.  
 $\mathbf{R}$  determinánsa mindig 1.

$\mathbf{R}$  unitér:  $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$



# Affin transzformáció

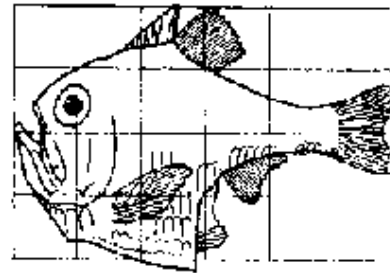
- Forgatás
- Eltolás
- Skálázás

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

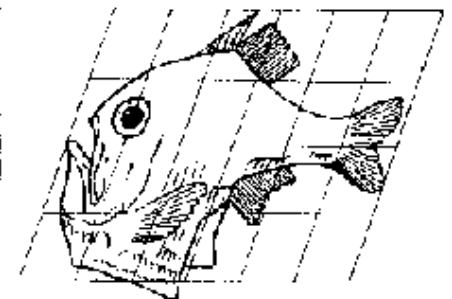
- **Nyírás** A párhuzamosok párhuzamosak maradnak, síkok/egyenesek síkok/egyenesek maradnak

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{t} + \mathbf{R}\mathbf{p}_1$$

- **R** elemeire ( $a_{ij}$ ) nincs semmi megkötés azon kívül, hogy nem szinguláris



*Argyropelecus olfersi.*



*Sternoptyx diaphana.*

# Affin transzformáció

- Kiindulás: vegyünk egy  $\sigma$  euklideszi síkot.
- A  $\sigma$  síkon vett affin transzformáción egy olyan  $\varphi: \sigma \rightarrow \sigma$  bijektív leképezést értünk, amely tetszőleges  $\sigma$ -beli egyenest  $\sigma$ -beli egyenesbe képez le.
- Affin transzformáció: a  $\sigma$  sík egy kölcsönösen egyértelmű, egyenestartó leképezése.
  - a) párhuzamos egyeneseket párhuzamos egyenesekbe képez
  - b) paralelogrammát paralelogrammába képez
- A  $\sigma$  sík minden egybevágósági és hasonlósági transzformációja is affin transzformáció.
- Adekvát, ha a kamera és a fényképezett objektum távolsága nagy a kamera által látott területhez viszonyítva.

# Projektív transzformáció

- Megtartja az egyeneseket és a síkokat
- $(x_1, y_1) \rightarrow$  eredeti koordináták
- $(x_2, y_2) \rightarrow$  transzformált koordináták

$$x_2 = \frac{a_{11}x_1 + a_{12}y_1 + a_{13}}{a_{31}x_1 + a_{32}y_1 + a_{33}} \quad y_2 = \frac{a_{21}x_1 + a_{22}y_1 + a_{23}}{a_{31}x_1 + a_{32}y_1 + a_{33}}$$

$$\mathbf{p}_2 = \frac{\mathbf{R}\mathbf{p}_1 + \mathbf{t}}{\mathbf{v}^T \mathbf{p}_1 + \alpha} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} a_{31} \\ a_{32} \end{bmatrix} \quad \alpha = a_{33}$$

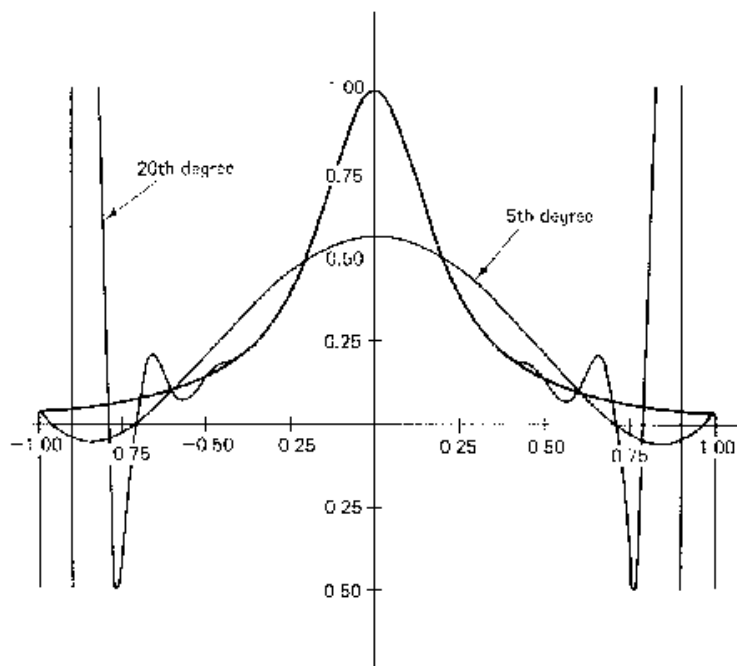
- $a_{ij}$  együtthatók a kép és a síkok egyenleteiből számíthatók
- homogén lineáris transzformáció  $a_{ij}$  –kből képzett mátrixa nem szinguláris
- Kell, ha már projektív torzulás is lehet

# Nemlineáris, globális transzformációk

Globális polinomiális transzformáció  $T = P^{(x)}(x) + P^{(y)}(y)$

Lehet többváltozós polinom is:  $\mathbf{p}_1 = \left[ \sum_{i,j}^{I,J} \mathbf{c}_{i,j}^{(1)} x_1^i y_1^j \quad \sum_{i,j}^{I,J} \mathbf{c}_{i,j}^{(2)} x_1^i y_1^j \right]$

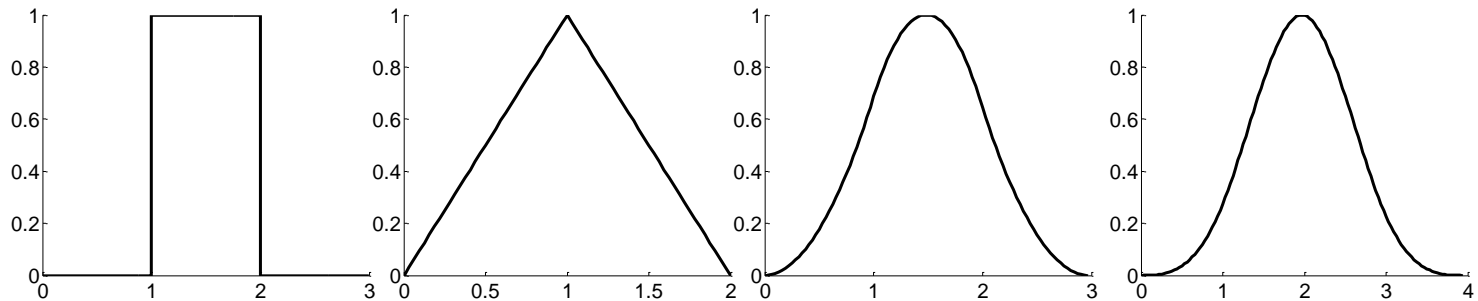
Túl nagy fokszám veszélyei: oszcilláció, túlilleszkedés  $\rightarrow$  általában  $I, J \leq 2$





# Nemlineáris, lokális transzformációk szakaszonkénti polinomokkal

- Motiváció :
  - Globális polinomnak túl nagy fokszám kellett volna
  - Ha kevés különböző szakasz van, akkor gyorsan számolható
- Szakaszhatárok elsimítása:
  - Köbös / spline-al történő interpolációval (szakaszok határás összemoszuk a két területen belüli leképzést)



# Nemlineáris, lokális transzformációk Radiális bázisfüggvényekkel

- Általában alacsony fokszámú polinom + RBF-ek összege:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{a}_0 + \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x} + \sum_{i=1}^N \mathbf{C}_i \cdot g(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$$

- Radiális bázisfüggvényes tagok:
  - Lokális torzulásokat modellezzik
  - $g(\cdot, \cdot)$  véges tartójú, radiális függvény
  - Tartójuk szabályozza, hogy mennyire globálisak / lokálisak
  - $N, \mathbf{x}_i$ -k megválasztása nem triviális (heurisztikus módszerek pl. OLS)
  - Leggyakrabban a Thin-plate spline-t alkalmazzák:  
 $g(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|_2^2 \ln(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|_2)$

# Regisztrációs módszerek

- Jellemző (tipikusan referenciapont) alapú
- Terület alapú (intenzitás / Fourier)

# Jellemző alapú regisztráció

- **Jellemzők:**

- Kiugró (kitüntetett) struktúra elemek. Sarokpontok, görbület lokális maximuma, maximális varianciájú ablak középpontja, egy zárt régió súlypontja, egyenesek metszéspontjai, stb.
- Élek kontúrok, felületek (képi struktúrák, zajra kevésbé érzékeny)
- Statisztikai jellemzők. Momentumok, főtengelyek, információelméleti jellemzők, mennyiségek
- Magasabb szintű jellemzők: szintaktikai jellemzők: a mintákból származtatott nyelvtan,
- ...

# Pont leképezés alapú regisztráció

- Referenciapontok meghatározása :
  - anatómiai jelentéssel rendelkező pontok
  - egyéb markerpontok: jól megkülönböztethető, azonosítható pontok
  - Fontos, hogy diszkriminatívak, pontosan lokalizálhatóak és torzítás invariánsak legyenek
    - Konkrét probléma dönti el, hogy mi lehet ilyen
    - Pl. sarokpontok
  - Akár kézzel is megadhatóak
- Torzulást leíró geometriai transzformáció:
  - Típusának megkeresése
  - Paraméterek értékének „belövése”

# Pont leképezés alapú regisztráció

Kontrollpontok párosításának minősítése:

- Négyzetes hibával: 
$$FRE^2 = (1/N) \sum_i^N w_i^2 |R\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2$$
  - Túlilleszkedés veszélye
  - súlyokon keresztül történik a lokalizációs hiba figyelembe vétele (ideális értékük:  $w_i = 1/\langle FLE_i^2 \rangle$ )
- Torzít, ha olyan pontokra is megnézzük, melyek alapján kerestük a transzformáció paramétereit:
  - Ezekre 0 hiba elérhető, teljesen csapnivaló eredmény mellett
  - Érdemes külön validációs kontrollpontokat kijelölni, és ezeket csak a minősítéshez felhasználni.
- Lehetséges stabilitásvizsgálatot is csinálni:
  - Hasonlít a kereszt kiértékelésre (Isd. Neurális hálózatok)

# Kontrollpont alapú reg. algoritmusok

## 1. Pont alapú merev regisztráció (egybevágósági transzsf):

Kritériumfüggvény: súlyozott négyzetes eltérés (minimumkeresés  $\mathbf{R}$  és  $\mathbf{t}$  szerint)

$$C(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2 |\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2 \quad \text{súlyok } w_i = \frac{1}{FLE_i^2} \quad \text{ahol } FLE_i^2 \text{ lokalizációs hiba}$$

### 1. Súlyozott centroidok:

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2 \mathbf{x}_i / \sum_{i=1}^N w_i^2 \quad \bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2 \mathbf{y}_i / \sum_{i=1}^N w_i^2$$

### 2. Középpont eltolás

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}; \quad \tilde{\mathbf{y}}_i = \mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}$$

### 3. Súlyozott kovarianciamátrix számítás $\mathbf{H} = \sum_{i=1}^N w_i^2 \tilde{\mathbf{x}}_i \tilde{\mathbf{y}}_i^T$

$$4. \quad \mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T \quad \mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I} \quad \mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2) \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0$$

$$5. \quad \mathbf{R} = \mathbf{V} \text{diag}(1, \det(\mathbf{V}\mathbf{U})) \mathbf{U}^T$$

$$6. \quad \mathbf{t} = \bar{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\bar{\mathbf{x}}$$

# Kp. alapú reg. algoritmusok– Ortog. Procrustes eljárás (1)

- $\mathbf{R} = \arg \min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{SA} - \mathbf{B}\|_F^2 \quad s.t. \mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{I}$
- $\|\mathbf{SA} - \mathbf{B}\|_F^2 = \langle \mathbf{SA} - \mathbf{B}, \mathbf{SA} - \mathbf{B} \rangle = Tr\left(\left(\mathbf{SA} - \mathbf{B}\right)^T \left(\mathbf{SA} - \mathbf{B}\right)\right)$
- $Tr\left(\left(\mathbf{SA} - \mathbf{B}\right)^T \left(\mathbf{SA} - \mathbf{B}\right)\right) = Tr\left(\mathbf{A}^T \mathbf{S}^T \mathbf{SA} + \mathbf{B}^T \mathbf{B} - 2\mathbf{B}^T \mathbf{SA}\right)$
- $Tr\left(\mathbf{A}^T \mathbf{S}^T \mathbf{SA} + \mathbf{B}^T \mathbf{B} - 2\mathbf{B}^T \mathbf{SA}\right) = \langle \mathbf{A}, \mathbf{A} \rangle + \langle \mathbf{B}, \mathbf{B} \rangle - 2\langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \rangle$
- Tehát  $\mathbf{R} = \arg \max_{\mathbf{S}} \langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \rangle \quad s.t. \mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{I}$
- $\langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \rangle = \langle \mathbf{SA}, \mathbf{B} \rangle = Tr\left(\left(\mathbf{A}^T \mathbf{S}^T\right) \mathbf{B}\right) = Tr\left(\mathbf{BA}^T \mathbf{S}^T\right) = Tr\left(\mathbf{S}^T \mathbf{BA}^T\right)$
- Vegyük a  $\mathbf{BA}^T = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T$  SVD felbontást
- Tehát  $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{S}$  ortonormált mátrixok,  $\mathbf{\Lambda}$  pedig diagonális, minden eleme nem negatív



# Kp. alapú reg. algoritmusok– Ortog. Procrustes eljárás (2)

- Tehát maximalizáljuk  $Tr(\mathbf{S}^T \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T) = Tr(\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U} \mathbf{\Lambda})$ -t
  - De  $\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U}$  ortonormált, míg  $\mathbf{\Lambda}$  diagonális
  - Tehát  $Tr(\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U} \mathbf{\Lambda}) = \sum_i \mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U}_{(i,i)} \cdot \mathbf{\Lambda}_{(i,i)}$
  - Használjuk ki azt, hogy  $\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U}$  ortonormált, és  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbf{R}_+^{N \times N}$ 
    - Ott van a maximum, ahol  $\mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}$
    - Mivel  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{U}$  ortonormáltak, ezért  $\mathbf{S}^T = \mathbf{V} \mathbf{U}^T$      $\mathbf{S} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T$
- Tehát levezettük, hogy  $\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T$ 
  - Másik megközelítésnél súlyozzuk a mintákat
  - És az 5. pontban kikényszerítjük, hogy +1 legyen  $\det(\mathbf{R})$ , azaz forgatást kapjunk, egyébként analóg a két módszer
  - $\mathbf{A} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M]$      $\mathbf{B} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_M]$

# Kp. alapú reg. algoritmusok

## 2. Hasonlósági transzformáció

Keressük  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{t}$  és  $s$  értékeit, melyek mellett minimális:

$$C(\mathbf{R}, \mathbf{t}, s) = \sum_{i=1}^N w_i^2 |s\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2$$

Legyen  $s=1$

Határozzuk meg  $\mathbf{R}$ -et az előző alg. 1.-5. lépései szerint  
Számítsunk új  $s$ -et és végezzük el a transzformációt

$$s = \frac{\sum_{i=1}^N w_i^2 \|\mathbf{R}\tilde{\mathbf{x}}_i\|_2^2}{\sum_{i=1}^N w_i^2 \|\tilde{\mathbf{y}}_i\|_2^2}$$

$$\mathbf{t} = \bar{\mathbf{y}} - s\mathbf{R}\bar{\mathbf{x}}$$

# Kp. alapú reg. algoritmusok

## 3. Nemizotróp skálázás

Keressük  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{t}$  és  $\mathbf{S}$  értékeit, melyek mellett minimális:

$$C(\mathbf{R}, \mathbf{t}, \mathbf{S}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2 |\mathbf{R}\mathbf{S}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2$$

Határozzuk meg az  $\bar{\mathbf{x}}$  és  $\bar{\mathbf{y}}$  középértékeket és az eltolt értékeket:  $\tilde{\mathbf{x}}$   $\tilde{\mathbf{y}}$   
Legyen  $n=1$

Válasszunk kezdeti skálázási mátrixot  $\mathbf{S}^{(0)}$

iteráció:

- Legyen  $\tilde{\mathbf{x}}_i^{(n)} = \mathbf{S}^{(n)} \tilde{\mathbf{x}}_i$
- Hajtsuk végre az 1. algoritmus 3.-5. lépéseit  $\mathbf{R}$  meghatározására
- $n=n+1$
- Határozzuk meg  $\mathbf{S}^{(n)}$ -t
- Álljunk le, ha  $n >$  max iterációs szám, vagy ha a hiba küszöb alá ment

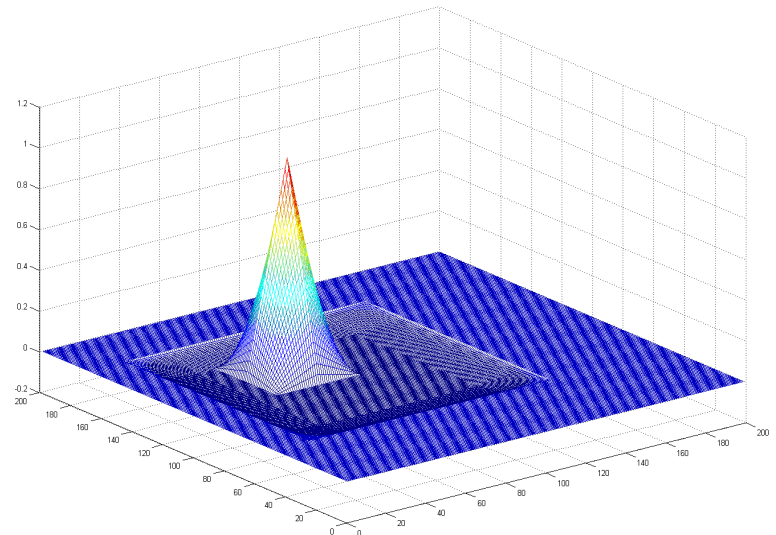
# Intenzitás alapú regisztráció

- Korreláció
- A két kép 2D normalizált kereszt korrelációs függvénye

$$\gamma(u, v) = \frac{\sum_{x, y} [f(x, y) - \bar{f}_{u, v}] [t(x - u, y - v) - \bar{t}]}{\left\{ \sum_{x, y} [f(x, y) - \bar{f}_{u, v}]^2 \sum_{x, y} [t(x - u, y - v) - \bar{t}]^2 \right\}^{0.5}}$$

Hasonlóságot mér különböző eltolások esetén

A normalizálás a lokális  
intenzitás hatásának  
kiküszöbölésére kell



# Intenzitás alapú regisztráció - Korreláció tétel

- A két kép korrelációjának Fourier transzformáltja az egyik kép Fourier transzformáltjának a szorzata a másik Fourier transzformáltjának komplex konjugáltjával.
- Egydimenziós esetre a korreláció tétel

$$z(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t + \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \int_{\xi} Y(\xi) \cdot \exp(j2\pi\xi(t + \tau)) d\xi dt$$

$$z(\tau) = \int_{\xi} Y(\xi) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \exp(j2\pi\xi(t)) dt \exp(j2\pi\xi(\tau)) d\xi$$

$$Z(\xi) = Y(\xi) \cdot X^*(\xi)$$

# Fourier transzformáción alapuló módszerek

- Fázis-korreláció
- Kereszt teljesítmény spektrum
- Teljesítmény cepstrum  $= |\mathcal{F}^{-1} \{ \log(|\mathcal{F} \{f(t)\}|^2) \}|^2$

A Fourier transzformáción alapuló módszerek hatékonyak, de csak merev transzformációknál működnek (lineáris transzformációk)

Ez is intenzitás alapú eljárás – lokális intenzitásváltozásokat képtelen követni.

# Fázis korreláció alapú regisztráció eltolás transzformáció identifikálására

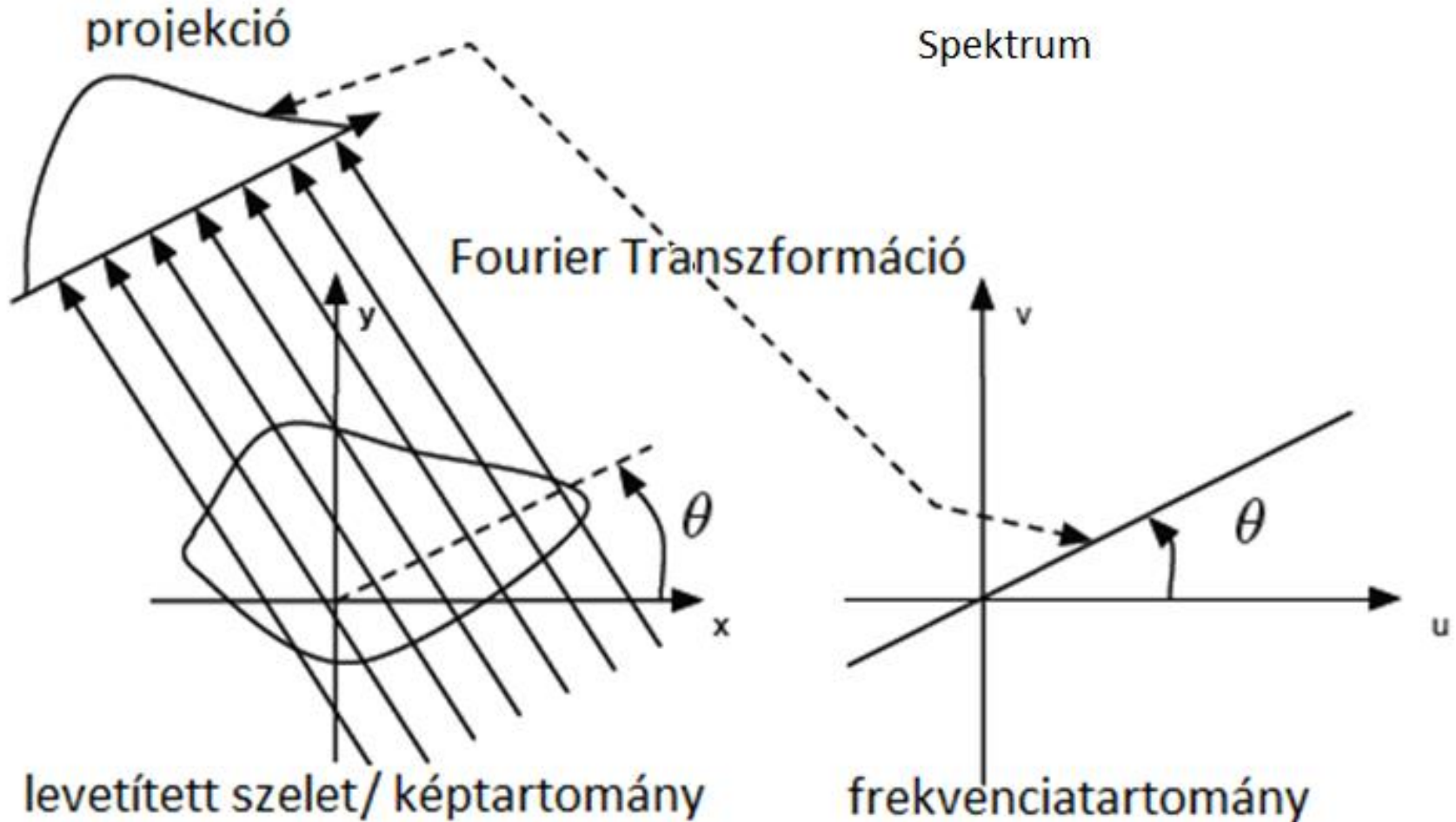
- Egymáshoz képest eltolt képek transzformációjának identifikációja
  - Eltolás modellezhető egy megfelelő helyen lévő dirac-deltával történő konvolúcióval.
  - $F\{\delta(x - x_0)\} = \exp(-j \cdot 2\pi \cdot \xi \cdot x_0)$
  - Tehát  $F\{y(x) * \delta(x - x_0)\} = Y(\xi) \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot x_0 \cdot \xi)$
  - Vizsgáljuk meg a két jel kereszt teljesítmény spektrumát:  $\exp(j \cdot 2\pi \cdot \xi \cdot x_0) = Y(\xi) \cdot \tilde{Y}^*(\xi) / |Y(\xi) \cdot \tilde{Y}^*(\xi)|$
  - Innen az eltolás már könnyen kiszámítható  
 $F^{-1}\{\exp(j \cdot 2\pi \cdot \xi \cdot x_0)\} = F^{-1}\{Y(\xi) \cdot \tilde{Y}^*(\xi) / |Y(\xi) \cdot \tilde{Y}^*(\xi)|\} = \delta(x + x_0)$
- Lokális intenzitásváltozásokat nem képes figyelembe venni

# Fázis korreláció alapú regisztráció elforgatás transzformáció identifikálására

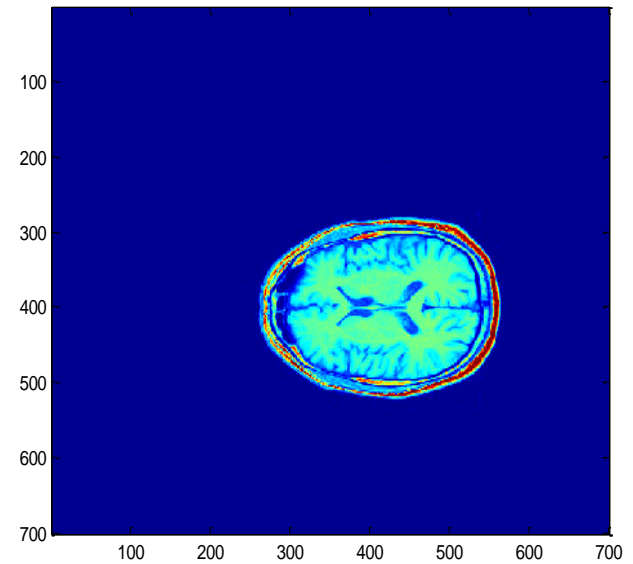
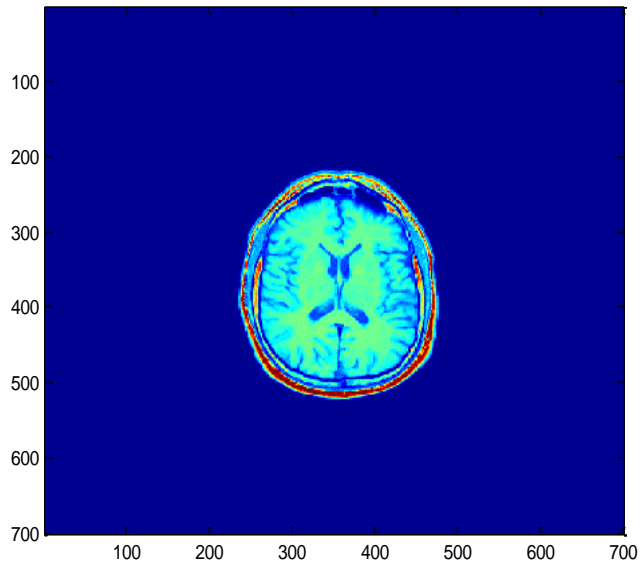
- Egy kép  $\theta$  fokkal középpontja körüli elforgatása a kép spektrumát is ilyen mértékben forgatja el:
  - Egyszerűen belátható a Fourier vetítősík tétel alkalmazásával
- Ampl. spektrum eltolás invariáns:
  - Tehát ha az ampl. spektrum elfordulását meg tudnánk határozni, akkor kész lenne a regisztráció
  - Az elforgatás az ampl. spektrum polár koordinátás felírása esetén megegyezik a vízszintes tengellyel bezárt szög szerinti cirkuláris eltolással
  - Tehát visszavezettük a problémát az eltolás meghatározására



# Fourier vetítősík tétel

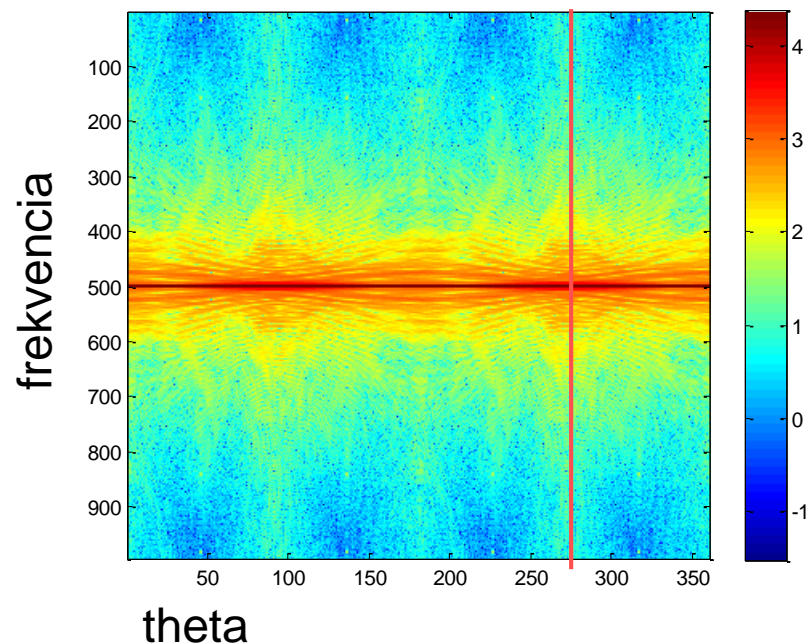
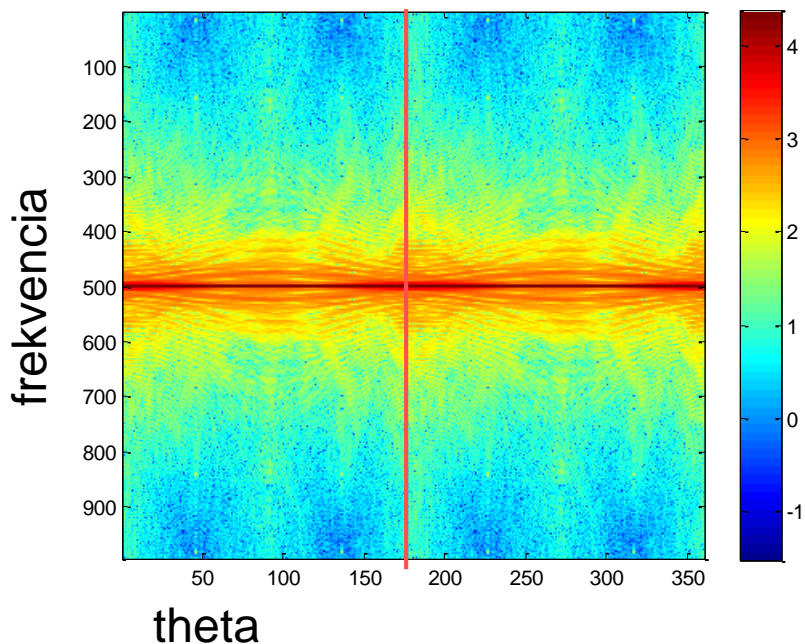


# Példa – Fourier regisztráció

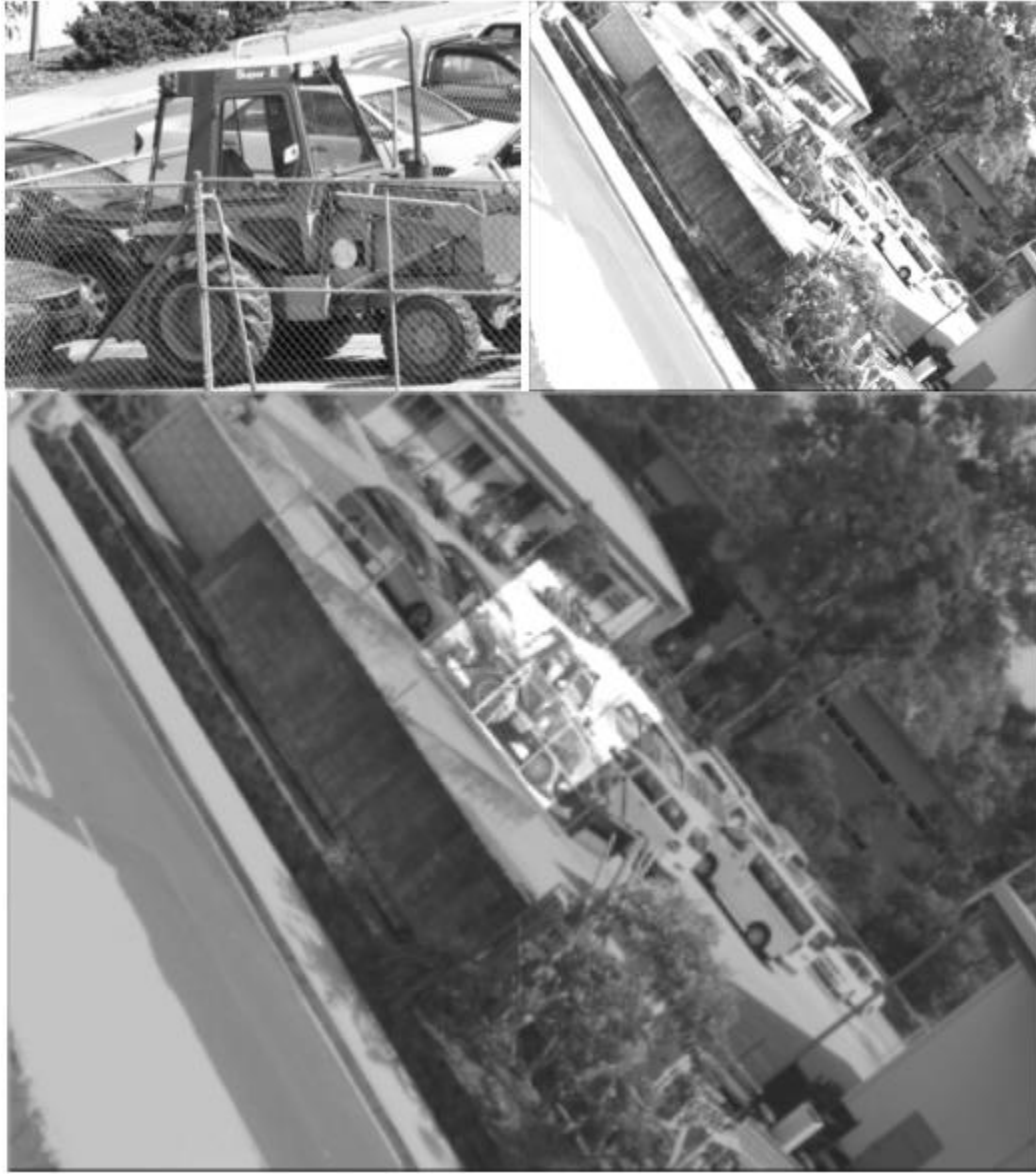


# Példa – Fourier regisztráció

A két kép ampl. spektruma polárkoordinátás ábrázolásban



# Fourier regisztráció példa



# Regisztráció bázisának megválasztás

- Általában k.p. alapú eljárások preferáltak:
  - Könnyebben számolhatóak
  - Nagyobb szabadságfok (gömbült transzformációk is)
  - Viszont ezek típusának megválasztása kritikus
- Terület (intenzitás / spektrum alapú eljárások):
  - Főleg fúziónál elterjedtek
  - Általánosan csak hasonlósági trafóra számolhatók könnyen
  - Akkor alkalmazzák, ha nincsenek a problémához illeszkedő kontrollpontok (pl. textúra, stb.)

# Hasonlóság mértékek

- **Intenzitás alapú eljárásokhoz**
- Kép különbségképzés: SSD sum of squares of intensity differences

$$SSD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |I_1(i) - I_2(i)|^2$$

- Korrelációs együttható

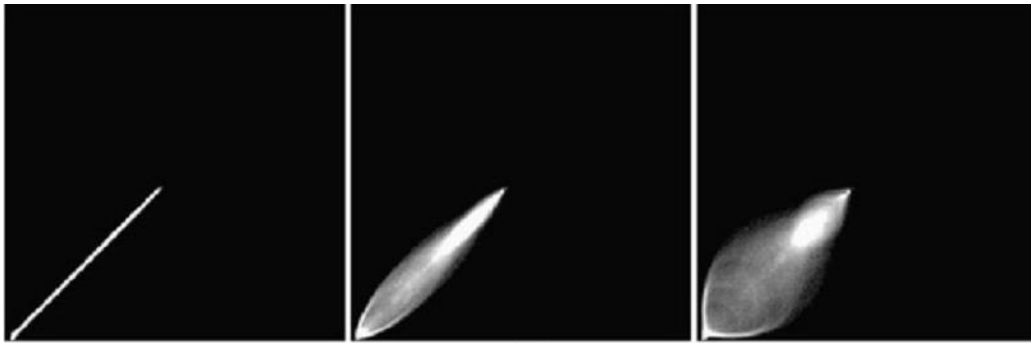
$$C(u, v) = \frac{\sum_x \sum_y I_1(x, y) I_2'(x-u, y-v)}{\sqrt{\sum_x \sum_y I_2'^2(x-u, y-v)}}$$

- Együttes sűrűségfüggvény (kiváltképp fúziónál fontos)

$$PDF(j, k) = \frac{Hist(j, k)}{\sum_{j, k} Hist(j, k)}$$

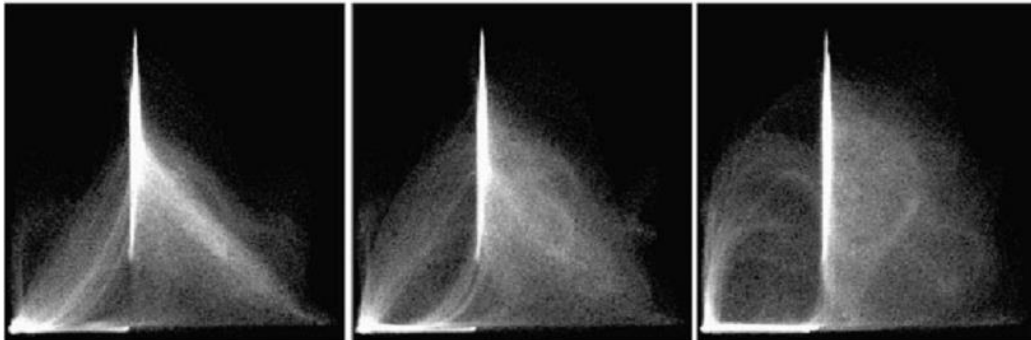
ahol  $Hist(j, k)$  a két kép együttes hisztogramja

# Együttes hisztogram



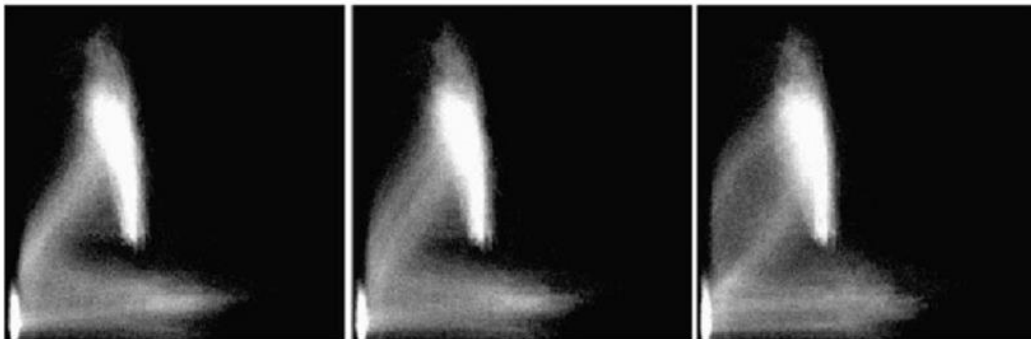
(a)

- MR-MR



(b)

- MR-CT



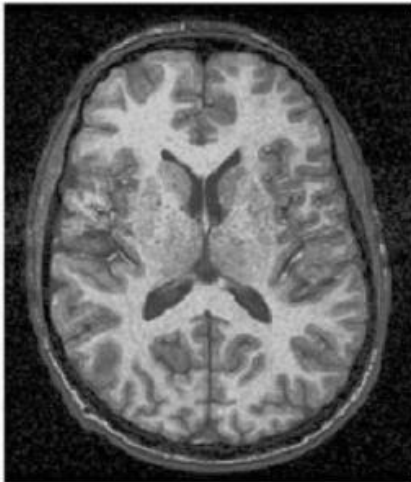
- MR-PET

illeszkedő

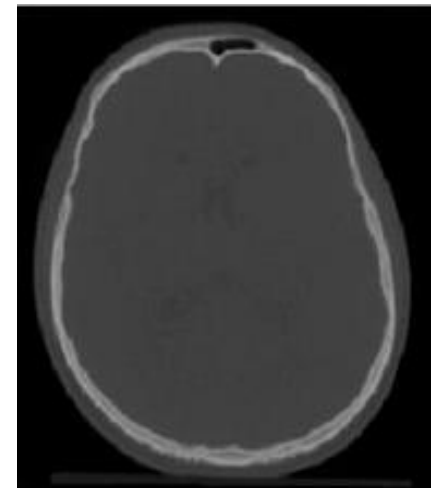
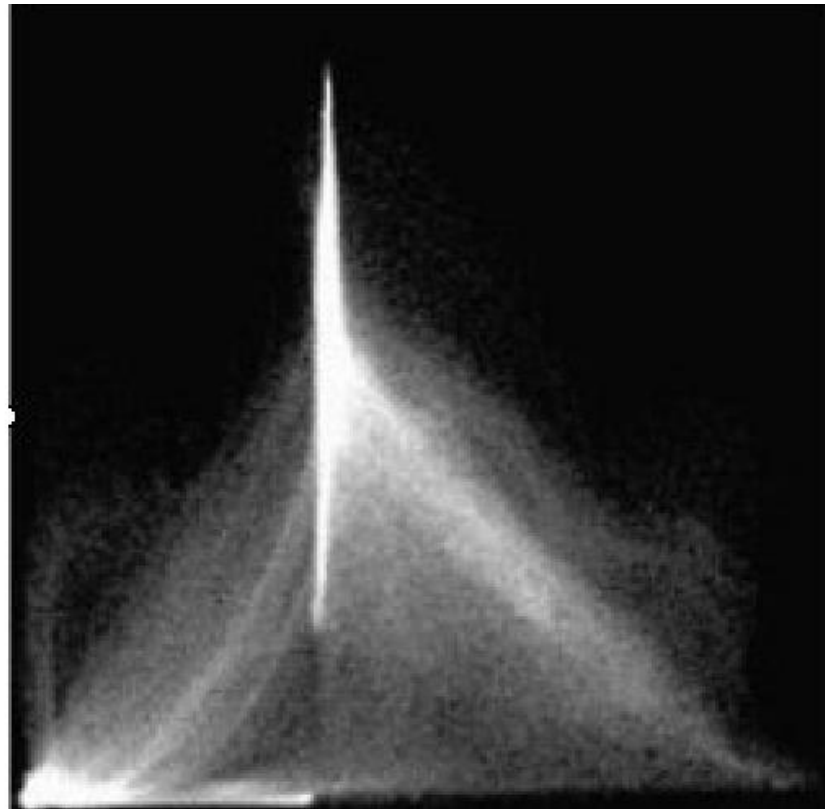
kis elmozdulás

nagyobb elmozdulás

# Együttes hisztogram - fúziós regisztráció



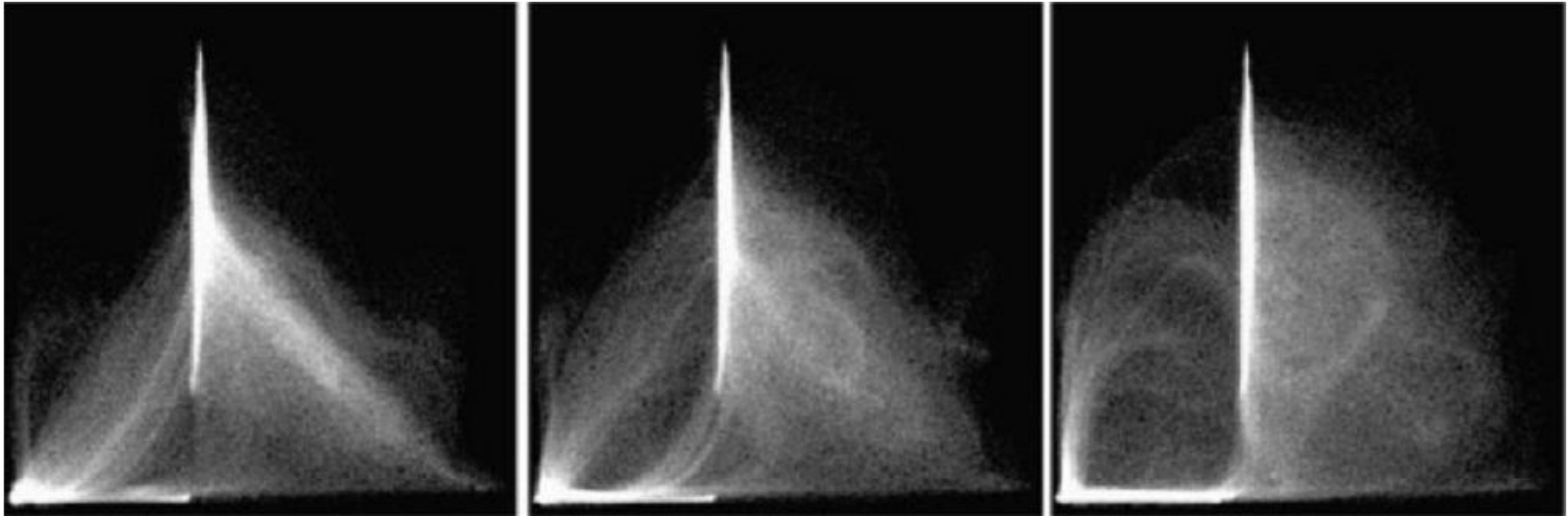
MRI image



CT image



# Együttes hisztogram - fúziós regisztrációs



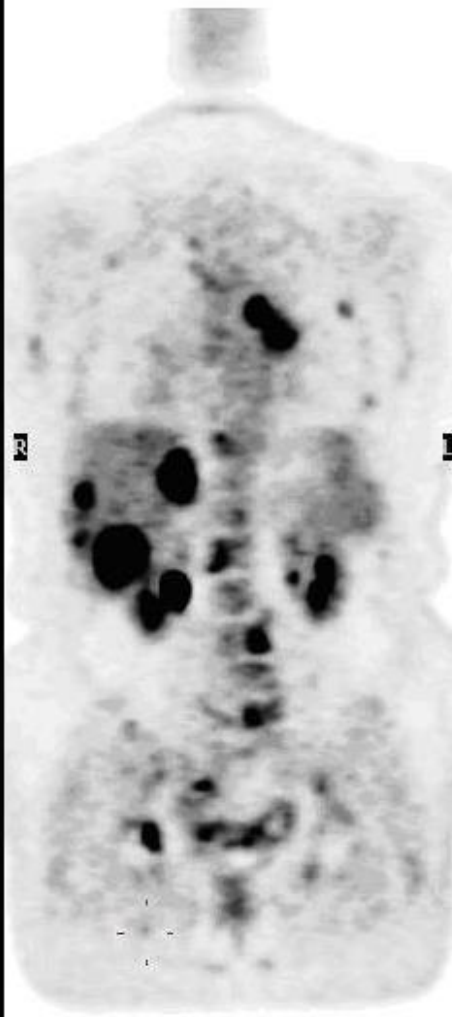
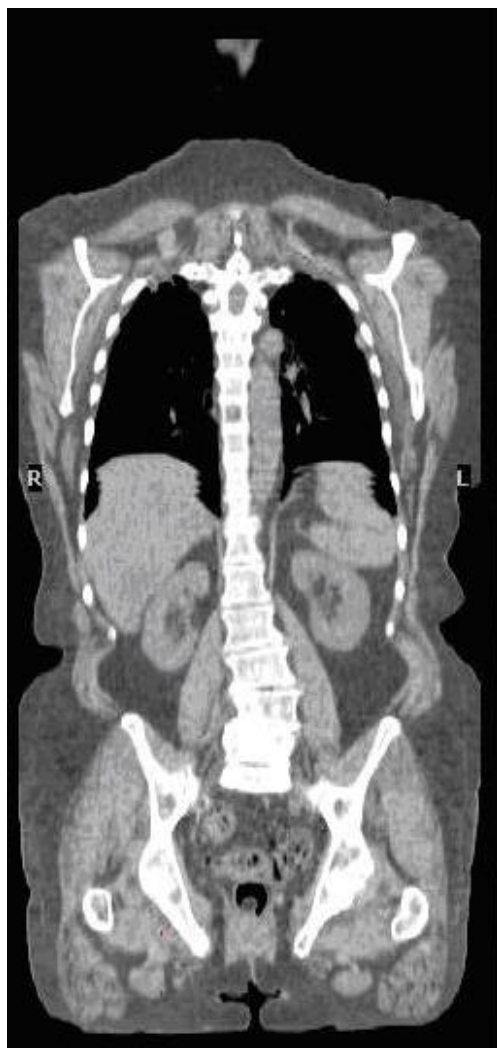
tökéletesen illeszkedő  
képek

2mm elmozdulás

5mm elmozdulás  
az egyik képnél

Megfigyelés: a két kép tökéletes illesztésénél az együttes hisztogram a legélesebb

# PET - CT



# Hasonlóság mértékek

## Intenzitás alapú eljárásokhoz

Kereszt entrópia

$$H = - \sum_s t(s) \log p(s)$$

Az együttes entrópia (minimalizálás)

$$H = - \sum_{j,k} PDF(j,k) \log PDF(j,k)$$

Kölcsönös információ (maximalizálás)

$$MI(I_1, I_2') = H(I_1) + H(I_2') - H(I_1, I_2')$$

$$MI(I_1, I_2') = \sum_{i,j} p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{p_i p_j}$$

Kullback-Leibler divergencia:  $KL(I_1, I_2') = \sum_i p_{1,i} \log \frac{p_{1,i}}{p_{2,i}}$

JS divergencia:  $JS(I_1, I_2') = \frac{1}{2} \left( KL \left( I_1, \frac{I_1 + I_2'}{2} \right) + KL \left( I_2', \frac{I_1 + I_2'}{2} \right) \right)$

# Hasonlósági metrikák

- Normalizált keresztkorrelációs függvény
  - Fehér zajnál hatékony, lokális torzításokra érzékeny. Nehéz a korrelációtérben nagy csúcsot találni
- Fázis korreláció
  - Frekvenciafüggő zajra nem érzékeny
- Az intenzitáskülönbségek abszolút értékeinek összege
  - Hatékonyan számítható, ha nincsenek lokális torzítások, jó egyezést lehet találni
- Kontúr/felszín különbségek
  - Strukturális regisztráció esetén jó
- Előjelváltások száma a pontonkénti intenzitáskülönbségeknél
  - Nem hasonló képeknél működik jól