Képregisztrációs eljárások

Orvosi képdiagnosztika

2020 ősz

Regisztráció célja

- **Két kép egymáshoz igazítása**, illesztése
  - Példák:
    - Időbeli követés
    - Eltérő modalitások (PET-CT, Röntgen-MRI, UH-MRI, ...) fúzió
    - Műtét (menet közbeni felvétel előzetes felvétellel való összevetése)
    - Kép alapú egyéb beavatkozás (besugárzás beállítás...)
    - Mozgás hatásának kompenzációja
- **A regisztrációs eljárások elemei**:
  - Transzformáció, interpoláció, hasonlósági metrika, optimalizálási algoritmus

Időbeli követés példa

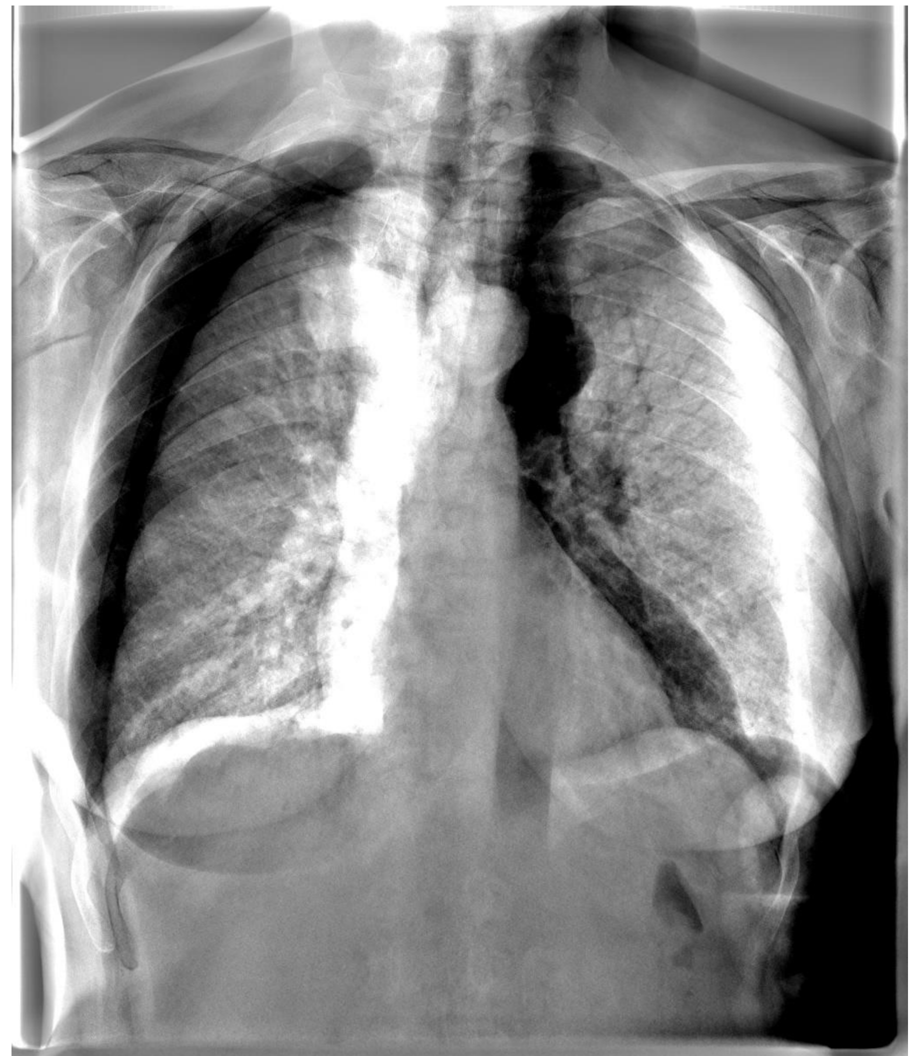
Korábbi felvétel

Későbbi, ellenőrző felvétel

Időbeli követés példa

Korábbi felvétel

Egyszerű kivonás



Időbeli követés példa

Korábbi felvétel merev regisztráció

Merev regisztráció utáni kivonás

Időbeli követés példa

Korábbi felvétel merev regisztráció

Későbbi felv. rugalmas regisztrációval

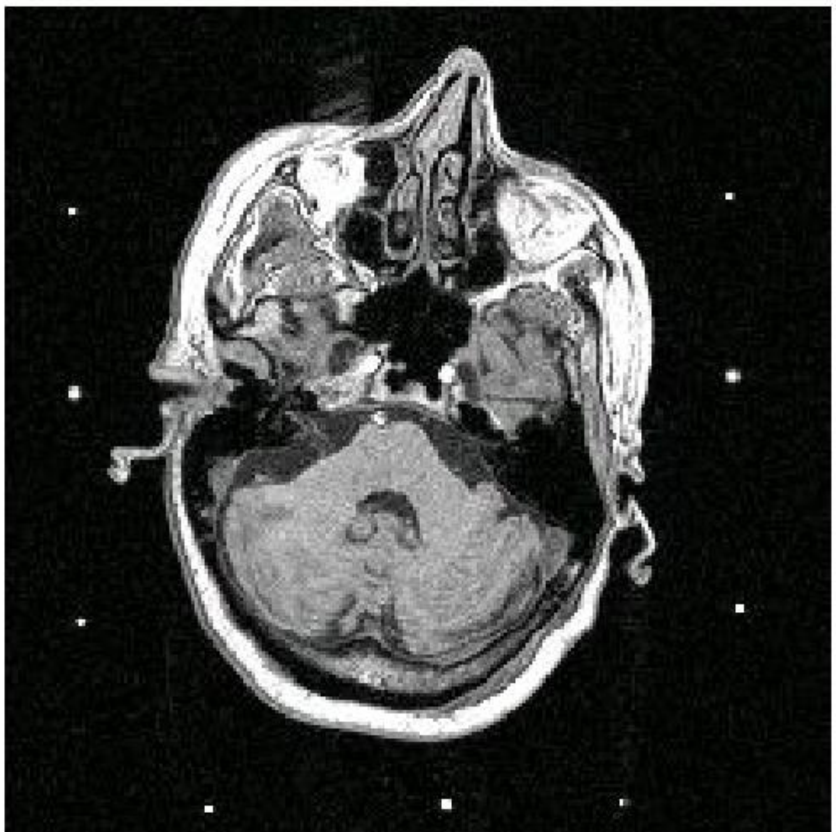
Időbeli követés példa

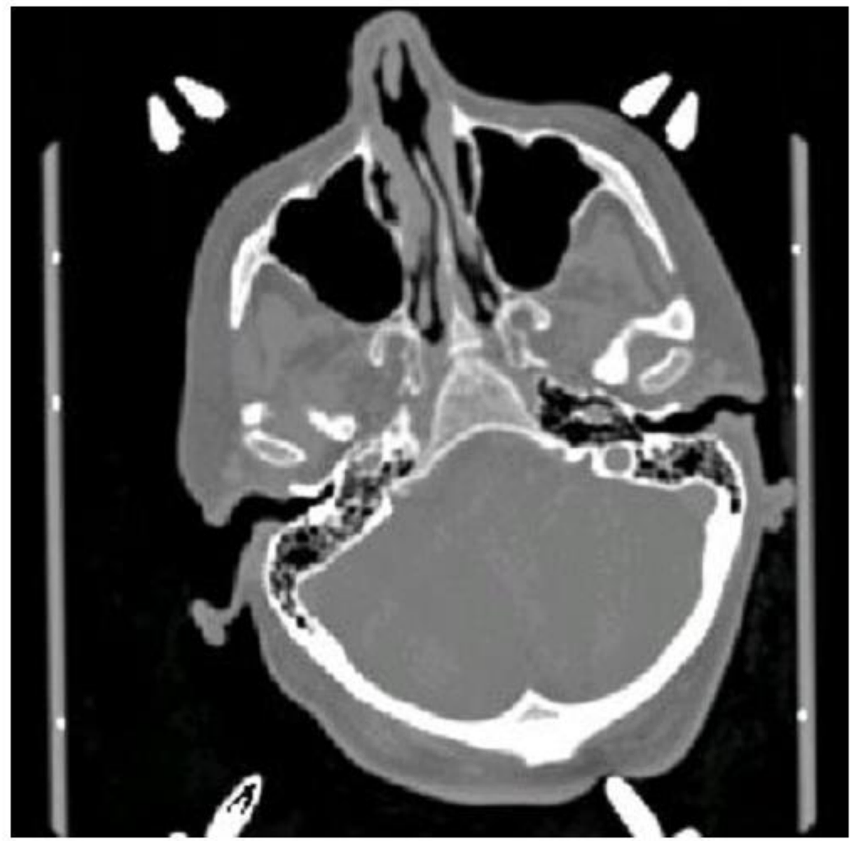
Korábbi felv. merev regisztrációval

Különbségkép

Regisztráció célja

- **Fúzióra:**
  - MRI-CT, PET-CT
  - CT csontok, MRI lágy részek, PET anyagcsere aktivitás (tumor, gyulladás





Regisztráció célja

- $I_2(x,y)=g\ (I_1(f\ (x,y))$
- f () – 2D képbeli transzformáció
- g() –1D intenzitás transzformáció

- Feltételezve, hogy a megfeleltetés ismert

  keressük azt az f () és g() függvényt, hogy a két kép a lehető legjobban illeszkedjen (valamilyen kritérium értelmében)

Regisztráció csoportosítása

- **Dimenzió**:
  - 2D-2D, 2D-3D, 3D-3D
- **A regisztráció bázisa**
  - Jellemzőpontok, objektumok alapján / intenzitás alapon
- **Torzítást modellező geometriai transzformáció**
  - Globális / lokális transzformáció
  - Pl. hasonlósági, affin, perspektív, szakaszosan lineáris, RBF alapú, stb.
- **Az interaktivitás mértéke**
  - teljesen automatikus, emberi közreműködés
- **Modalitás**
  - azonos
  - különböző (multimodalitás) - fúzió

Síkbeli geometriai transzformációk

- Hasonlósági transzformációk:
  - Eltolás, elforgatás, izotróp skálázást modelleznek
  - 2 megfeleltetett pontpár alapján már számítható
- Affin transzfromáció:
  - Már nyírást is képes modellezni
  - Koordináták felett lineáris – 3 pontpár kell minimum
- Projektív transzformáció:
  - Ha projektív torzulás is már jelen lehet
  - Homogén koordináták felett lineáris – 4 pontpár kell minimum
- Görbült transzformáció:
  - Lokális / elasztikus modellekkel lehet leírni

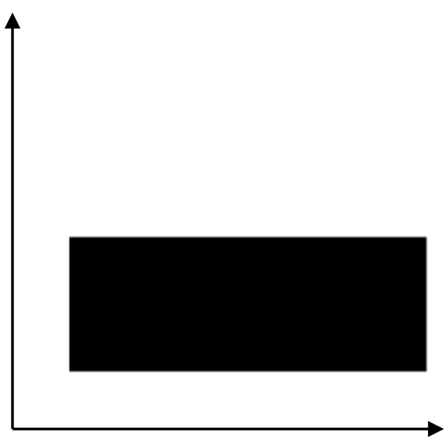
Hasonlósági transzformáció (Merev transzf.)

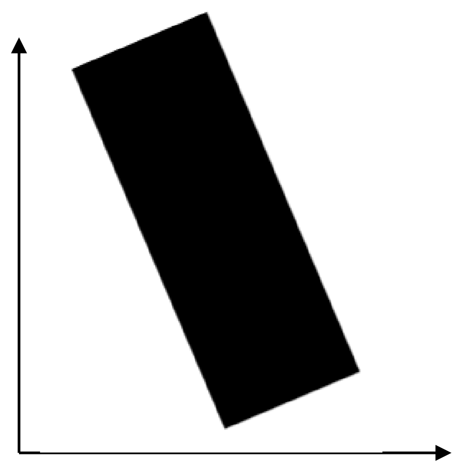
- Forgatás (R)
- Eltolás (t)
- Skálázás (s)

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad s \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{t} + s\mathbf{R}\mathbf{p}_1$$

Lehetséges nem izotróp skálázással is, úgy viszont már nem hasonlósági transzf.
R determinánsa mindig 1.
R unitér: $\mathbf{R}^T\mathbf{R} = \mathbf{I}$





Affin transzformáció

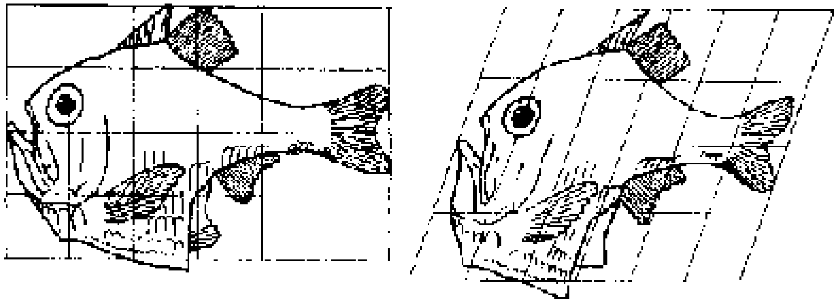
- Forgatás
- Eltolás
- Skálázás
- Nyírás

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

A párhuzamosok párhuzamosak maradnak, síkok/egyenesek síkok/egyenesek maradnak

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{t} + \mathbf{R}\mathbf{p}_1$$

- **R** elemeire (a_{ij}) nincs semmi megkötés azon kívül, hogy nem szinguláris



Argyropelecus olfersi. Sternoptyx diaphana.

Affin transzformáció

- Kiindulás: vegyünk egy σ euklideszi síkot.
- A σ síkon vett affin transzformáción egy olyan $\varphi: \sigma \to \sigma$ bijektív leképezést értünk, amely tetszőleges σ-beli egyenest σ-beli egyenesbe képez le.
- Affin transzformáció: a σ sík egy kölcsönösen egyértelmű, egyenestartó leképezése.
  - a) párhuzamos egyeneseket párhuzamos egyenesekbe képez
  - b) parallelogrammát parallelogrammába képez
- A σ sík minden egybevágósági és hasonlósági transzformációja is affin transzformáció.

Projektív transzformáció

- Megtartja az egyeneseket és a síkokat
- $(x_1, y_1) \rightarrow$ eredeti koordináták
- $(x_2, y_2) \rightarrow$ transzformált koordináták

$$x_2 = \frac{a_{11}x_1 + a_{12}y_1 + a_{13}}{a_{31}x_1 + a_{32}y_1 + a_{33}} \qquad y_2 = \frac{a_{21}x_1 + a_{22}y_1 + a_{23}}{a_{31}x_1 + a_{32}y_1 + a_{33}}$$

$$\mathbf{p}_2 = \frac{\mathbf{R}\mathbf{p}_1 + \mathbf{t}}{\mathbf{v}^T\mathbf{p}_1 + \alpha} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} a_{31} \\ a_{32} \end{bmatrix} \qquad \alpha = a_{33}$$

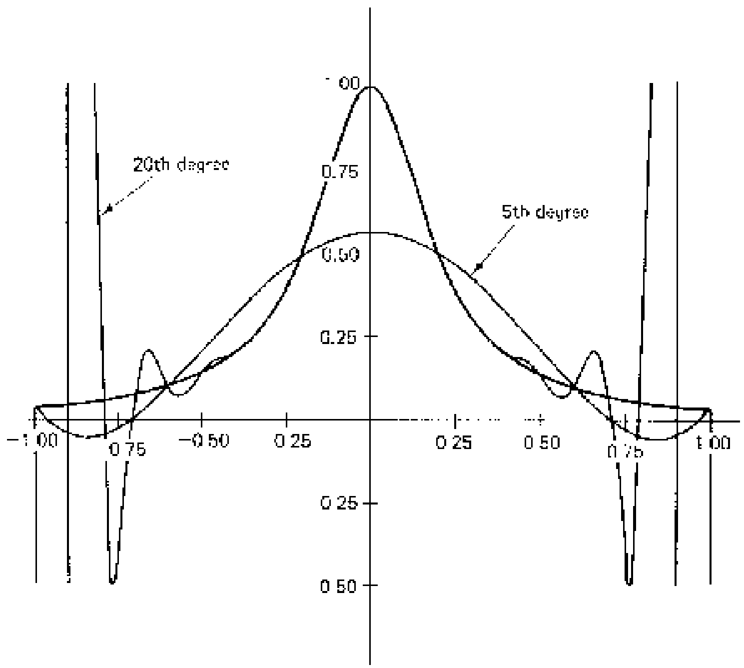
- a_{ij} együtthatók a kép és a síkok egyenleteiből számíthatók
- homogén lineáris transzformáció a_{ij} –kből képzett mátrixa nem szinguláris
- Kell, ha már projektív torzulás is lehet

Nemlineáris, globális transzformációk

Globális polinomiális transzformáció $T = P^{(x)}(x) + P^{(y)}(y)$

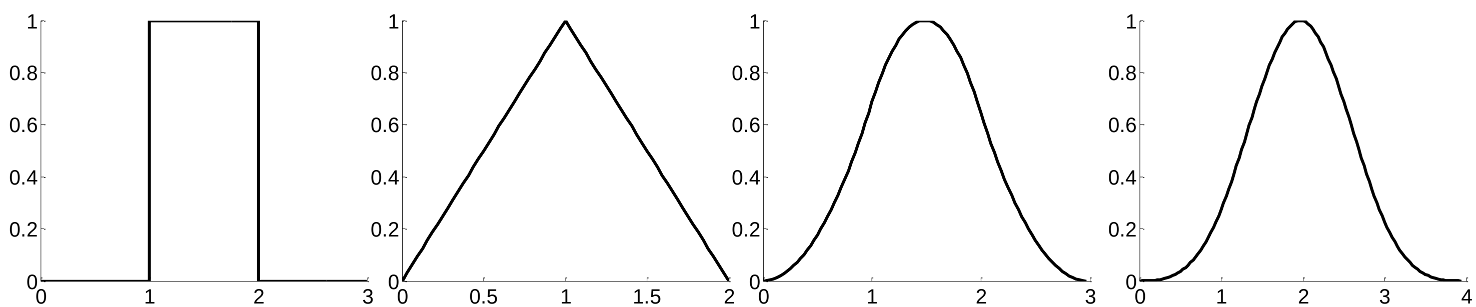
Lehet többváltozós polinom is: $\mathbf{p}_1 = \left[\sum_{i,j}^{I,J} \mathbf{c}_{i,j}^{(1)} x_1^i y_1^j \quad \sum_{i,j}^{I,J} \mathbf{c}_{i,j}^{(2)} x_1^i y_1^j \right]$

Túl nagy fokszám veszélyei: oszcilláció, túlilleszkedés $\rightarrow$ általában $I, J \leq 2$



Nemlineáris, lokális transzformációk szakaszonkénti polinomokkal

- Motiváció :
  - Globális polinomnak túl nagy fokszám kellett volna
  - Ha kevés különböző szakasz van, akkor gyorsan számolható
- Szakaszhatárok elsimítása:
  - Köbös / spline-al történő interpolációval (szakaszok határás összemossuk a két területen belüli leképzést)



Nemlineáris, lokális transzformációk Radiális bázisfüggvényekkel

- Általában alacsony fokszámú polinom + RBF-ek összege:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{a_0} + \mathbf{A_1} \cdot \mathbf{x} + \sum_{i=1}^{N} \mathbf{C_i} \cdot g(\mathbf{x}, \mathbf{x_i})$$

- Radiális bázisfüggvényes tagok:
  - Lokális torzulásokat modellezik
  - $g(\cdot,\cdot)$ véges tartójú, radiális függvény
  - Tartójuk szabályozza, hogy mennyire globálisak / lokálisak
  - N, $\mathbf{x}_i$- k megválsztása nem triviális (heurisztikus módszerek pl. OLS)
  - Leggyakrabban a Thin-plate spline-t alkalmazzák:

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{x_i}) = \left\|\mathbf{x} - \mathbf{x_i}\right\|_2^2 \ln\left(\left\|\mathbf{x} - \mathbf{x_i}\right\|_2\right)$$

Regisztrációs módszerek

- Jellemző (tipikusan referenciapont) alapú
- Terület alapú (intenzitás / Fourier)

Jellemző alapú regisztráció

- **Jellemzők:**
  - Kiugró (kitüntetett) struktúra elemek. Sarokpontok, görbület lokális maximuma, maximális varianciájú ablak középpontja, egy zárt régió súlypontja, egyenesek metszéspontjai, stb.
  - Élek kontúrok, felületek (képi struktúrák, zajra kevésbé érzékeny)
  - Statisztikai jellemzők. Momentumok, főtengelyek, információelméleti jellemzők, mennyiségek
  - Magasabbszintű jellemzők: szintaktikai jellemzők: a mintákból származtatott nyelvtan,
  - ...

Pont leképezés alapú regisztráció

- Referenciapontok meghatározása :
  - anatómiai jelentéssel rendelkező pontok
  - egyéb markerpontok: jól megkülönböztethető, azonosítható pontok
  - Fontos, hogy diszkriminatívak, pontosan lokalizálhatóak és torzítás invariánsak legyenek
    - Konkrét probléma dönti el, hogy mi lehet ilyen
    - Pl. sarokpontok
  - Akár kézzel is megadhatóak
- Torzulást leíró geometriai transzformáció:
  - Típusának megkeresése
  - Paraméterek értékének „belövése”

Pont leképezés alapú regisztráció

Kontrollpontok párosításának minősítése:

- Négyzetes hibával: $\mathrm{FRE}^2 = (1/N)\sum_i^N w_i^2 |R\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i|^2$
  - Túlilleszkedés veszélye
  - súlyokon keresztül történik a lokalizációs hiba figyelembe vétele (ideális értékük: $w_i = 1/\langle \mathrm{FLE}_i^2 \rangle$)
- Torzít, ha olyan pontokra is megnézzük, melyek alapján kerestük a transzformáció paramétereit:
  - Ezekre 0 hiba elérhető, teljesen csapnivaló eredmény mellett
  - Érdemes külön validációs kontrollpontokat kijelölni, és ezeket csak a minősítéshez felhasználni.
- Lehetséges stabilitásvizsgálatot is csinálni:
  - Hasonlít a kereszt kiértékelésre (lsd. Neurális hálózatok)

Kontrollpont alapú reg. algoritmusok

1. Pont alapú merev regisztráció (egybevágósági transzf):

Kritériumfüggvény: súlyozott négyzetes eltérés (minimumkeresés **R** és **t** szerint)

$$C(\mathbf{R},\mathbf{t}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \left|\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i\right|^2 \quad \text{súlyok} \quad w_i = \frac{1}{FLE_i^2} \quad \text{ahol } FLE_i^2 \text{ lokalizációs hiba}$$

1. Súlyozott centroidok:

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \mathbf{x}_i \Big/ \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \qquad \bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \mathbf{y}_i \Big/ \sum_{i=1}^{N} w_i^2$$

2. Középpont eltolás

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}; \quad \tilde{\mathbf{y}}_i = \mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}$$

3. Súlyozott kovarianciamátrix számítás $\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \tilde{\mathbf{x}}_i \tilde{\mathbf{y}}_i^T$

4. $\mathbf{H} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{V}^T \quad \mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I} \quad \boldsymbol{\Lambda} = diag(\lambda_1, \lambda_2) \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0$

5. $\mathbf{R} = \mathbf{V}\ diag(1, \det(\mathbf{V}\mathbf{U}))\ \mathbf{U}^T$

6. $\mathbf{t} = \bar{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\bar{\mathbf{x}}$

Kp. alapú reg. algoritmusok– Ortog. Procrustes eljárás (1)

- $\mathbf{R} = \arg\min_{\mathbf{S}} \left\| \mathbf{SA} - \mathbf{B} \right\|_F^2 \quad s.t. \, \mathbf{S}^T\mathbf{S} = \mathbf{I}$
- $\left\| \mathbf{SA} - \mathbf{B} \right\|_F^2 = \left\langle \mathbf{SA} - \mathbf{B} \quad \mathbf{SA} - \mathbf{B} \right\rangle = Tr\left(\left(\mathbf{SA} - \mathbf{B} \right)^T \left(\mathbf{SA} - \mathbf{B} \right) \right)$
- $Tr\left(\left(\mathbf{SA} - \mathbf{B} \right)^T \left(\mathbf{SA} - \mathbf{B} \right) \right) = Tr\left(\mathbf{A}^T\mathbf{S}^T\mathbf{SA} + \mathbf{B}^T\mathbf{B} - 2\mathbf{B}^T\mathbf{SA} \right)$
- $Tr\left(\mathbf{A}^T\mathbf{S}^T\mathbf{SA} + \mathbf{B}^T\mathbf{B} - 2\mathbf{B}^T\mathbf{SA} \right) = \left\langle \mathbf{A}, \mathbf{A} \right\rangle + \left\langle \mathbf{B}, \mathbf{B} \right\rangle - 2\left\langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \right\rangle$
- Tehát $\mathbf{R} = \arg\max_{\mathbf{S}} \left\langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \right\rangle \quad s.t. \, \mathbf{S}^T\mathbf{S} = \mathbf{I}$
- $\left\langle \mathbf{B}, \mathbf{SA} \right\rangle = \left\langle \mathbf{SA}, \mathbf{B} \right\rangle = Tr\left(\left(\mathbf{A}^T\mathbf{S}^T \right)\mathbf{B} \right) = Tr\left(\mathbf{BA}^T\mathbf{S}^T \right) = Tr\left(\mathbf{S}^T\mathbf{BA}^T \right)$
- Vegyük a $\mathbf{BA}^T = \mathbf{U\Lambda V}^T$ SVD felbontást
- Tehát $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{S}$ ortonormált mátrixok, $\mathbf{\Lambda}$ pedig diagonális, minden eleme nem negatív

Kp. alapú reg. algoritmusok– Ortog. Procrustes eljárás (2)

- Tehát maximalizáljuk $Tr\left(\mathbf{S}^T\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T\right)=Tr\left(\mathbf{V}^T\mathbf{S}^T\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\right)$-t
  - De $\mathbf{V}^T\mathbf{S}^T\mathbf{U}$ ortonormált, míg $\mathbf{\Lambda}$ diagonális
  - Tehát $Tr\left(\mathbf{V}^T\mathbf{S}^T\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\right)=\sum_i \mathbf{V}^T\mathbf{S}^T\mathbf{U}_{(i,i)}\cdot\Lambda_{(i,i)}$
  - Használjuk ki azt, hogy $\mathbf{V}^T\mathbf{S}^T\mathbf{U}$ ortonormált, és $\mathbf{\Lambda}\in\mathrm{R}_+^{N\times N}$
    - Ott van a maximum, ahol $\mathbf{V}^T\mathbf{S}^T\mathbf{U}=\mathbf{I}$
    - Mivel $\mathbf{V}$, $\mathbf{U}$ ortonormáltak, ezért $\mathbf{S}^T=\mathbf{V}\mathbf{U}^T$ $\mathbf{S}=\mathbf{U}\mathbf{V}^T$
- Tehát levezettük, hogy $\mathbf{R}=\mathbf{U}\mathbf{V}^T$
  - Másik megközelítésnél súlyozzuk a mintákat
  - És az 5. pontban kikényszerítjük, hogy +1 legyen $\det\left(\mathbf{R}\right)$, azaz forgatást kapjunk, egyébként analóg a két módszer
  - $\mathbf{A}=\left[\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\dots,\mathbf{x}_\mathbf{M}\right]$ $\mathbf{B}=\left[\mathbf{y}_1,\mathbf{y}_2,\dots,\mathbf{y}_\mathbf{M}\right]$

Kp. alapú reg. algoritmusok

2. Hasonlósági transzformáció

Keressük **R**, **t** és *s* értékeit, melyek mellett minimális:

$$C(\mathbf{R}, \mathbf{t}, s) = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \left| s\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i \right|^2$$

Legyen *s*=1

Határozzuk meg **R**-et az előző alg. 1.-5. lépései szerint

Számítsunk új *s*-et és végezzük el a transzformációt

$$s = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \left\| \mathbf{R}\tilde{\mathbf{x}}_i \right\|_2^2}{\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \left\| \tilde{\mathbf{y}}_i \right\|_2^2}$$

$$\mathbf{t} = \overline{\mathbf{y}} - s\mathbf{R}\overline{\mathbf{x}}$$

Kp. alapú reg. algoritmusok

3. Nemizotróp skálázás

Keressük $\mathbf{R}$, $\mathbf{t}$ és $\mathbf{S}$ értékeit, melyek mellett minimális:

$$C(\mathbf{R},\mathbf{t},\mathbf{S}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} w_i^2 \left|\mathbf{R}\mathbf{S}\mathbf{x}_i + \mathbf{t} - \mathbf{y}_i\right|^2$$

Határozzuk meg az $\bar{\mathbf{x}}$ és $\bar{\mathbf{y}}$ középértékeket és az eltolt értékeket: $\tilde{\mathbf{x}}$ $\tilde{\mathbf{y}}$
Legyen n=1

Válasszunk kezdeti skálázási mátrixot $\mathbf{S}^{(0)}$
iteráció:

- Legyen $\tilde{\mathbf{x}}_i^{(n)} = \mathbf{S}^{(n)}\tilde{\mathbf{x}}_i$
- Hajtsuk végre az 1. algoritmus 3.-5. lépéseit $\mathbf{R}$ meghatározására
- n=n+1
- Határozzuk meg $\mathbf{S}^{(n)}$-t
- Álljunk le, ha n> max iterációs szám, vagy ha a hiba küszöb alá ment

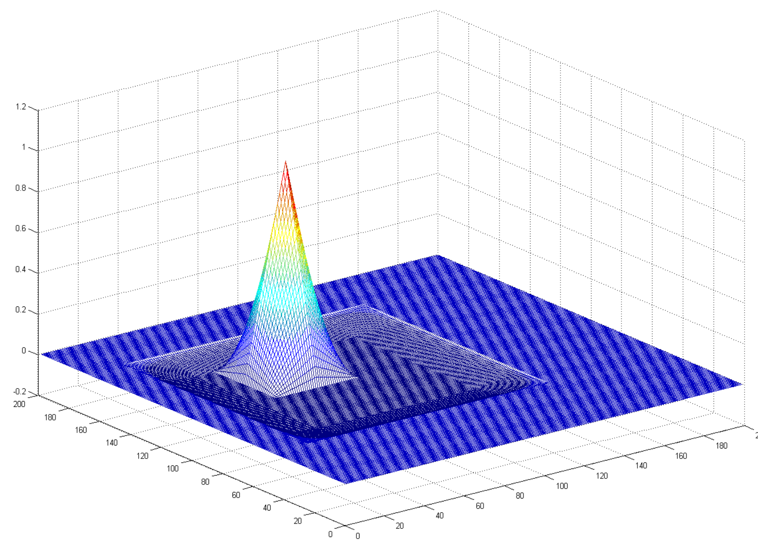
Intenzitás alapú regisztráció

- Korreláció
- A két kép 2D normalizált kereszt korrelációs függvénye

$$\gamma(u,v) = \frac{\sum_{x,y}\left[f(x,y)-\bar{f}_{u,v}\right]\left[t(x-u,y-v)-\bar{t}\right]}{\left\{\sum_{x,y}\left[f(x,y)-\bar{f}_{u,v}\right]^2\sum_{x,y}\left[t(x-u,y-v)-\bar{t}\right]^2\right\}^{0.5}}$$

Hasonlóságot mér különböző eltolások esetén

A normalizálás a lokális intenzitás hatásának kiküszöbölésére kell



Intenzitás alapú regisztráció - Korreláció tétel

- A két kép korrelációjának Fourier transzformáltja az egyik kép Fourier transzformáltjának a szorzata a másik Fourier transzformáltjának komplex konjugáltjával.
- Egydimenziós esetre a korreláció tétel

$$z(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, y(t+\tau)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \int_{\xi} Y(\xi) \cdot \exp\big(j2\pi\xi (t+\tau) \big)\, d\xi\, dt$$

$$z(\tau) = \int_{\xi} Y(\xi) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \exp\big(j2\pi\xi (t) \big)\, dt\, \exp\big(j2\pi\xi (\tau) \big)\, d\xi$$

$$Z(\xi) = Y(\xi) \cdot X^{*}(\xi)$$

Fourier transzformáción alapuló módszerek

- Fázis-korreláció
- Kereszt teljesítmény spektrum
- Teljesítmény cepstrum $= \left|\mathcal{F}^{-1}\left\{\log(|\mathcal{F}\left\{f(t)\right\}|^2)\right\}\right|^2$

A Fourier transzformáción alapuló módszerek hatékonyak, de csak merev transzformációknál működnek (lineáris transzformációk)

Ez is intenzitás alapú eljárás – lokális intenzitásváltozásokat képtelen követni.

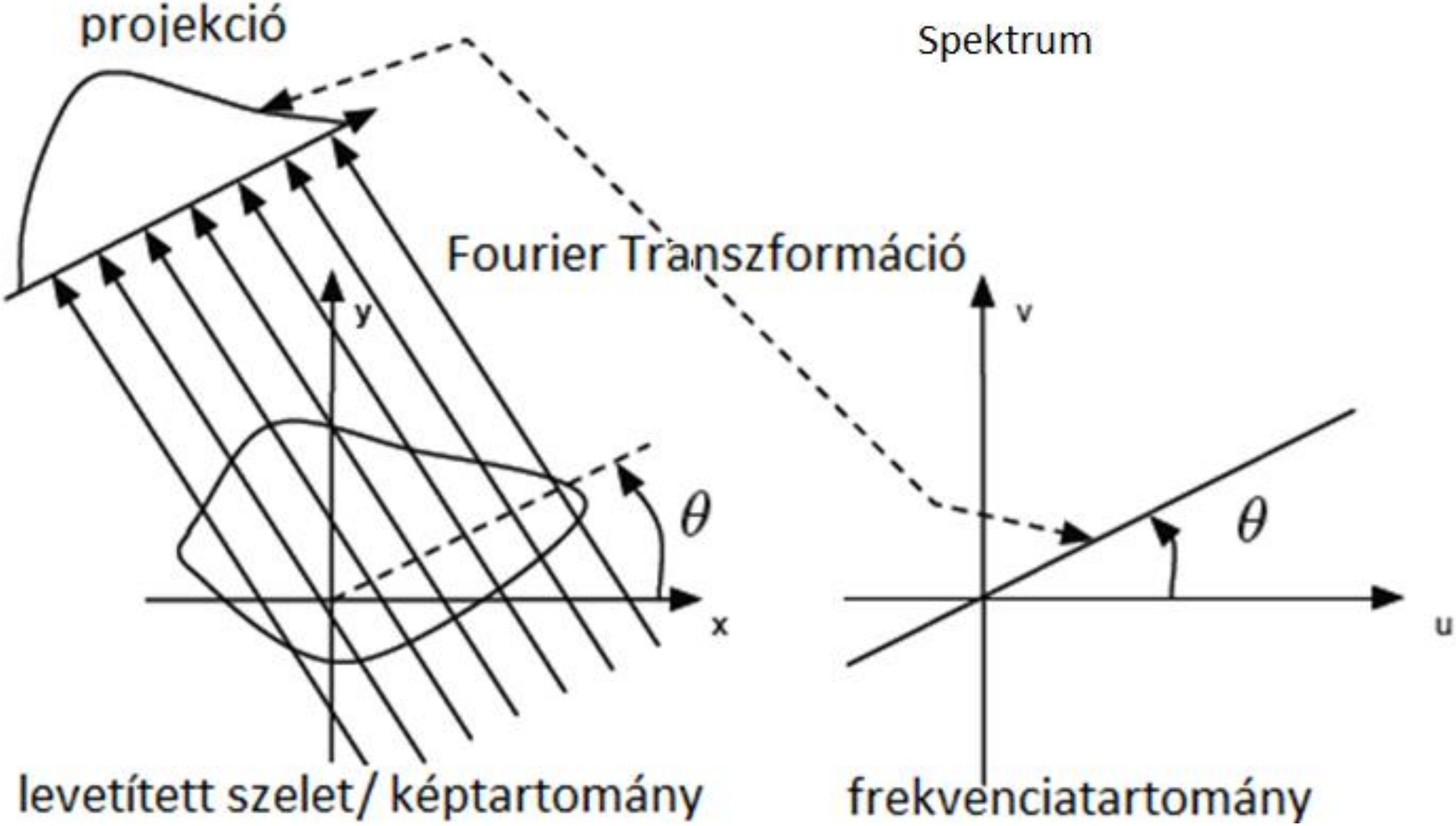
Fázis korreláció alapú regisztráció eltolás transzformáció identifikálására

- Egymáshoz képest eltolt képek transzformáció-jának identifikációja
  - Eltolás modellezhető egy megfelelő helyen lévő dirac-deltával történő konvolúcióval.
  - $F\left\{\delta\left(x-x_0\right)\right\}=\exp\left(-j\cdot 2\pi\cdot\xi\cdot x_0\right)$
  - Tehát $F\left\{y\left(x\right)*\delta\left(x-x_0\right)\right\}=Y\left(\xi\right)\cdot\exp\left(-j\cdot 2\pi\cdot x_0\cdot\xi\right)$
  - Vizsgáljuk meg a két jel kereszt teljesítmény spektrumát: $\exp\left(j\cdot 2\pi\cdot\xi\cdot x_0\right)=Y\left(\xi\right)\cdot\tilde{Y}^*\left(\xi\right)\Big/\left|Y\left(\xi\right)\cdot\tilde{Y}^*\left(\xi\right)\right|$
  - Innen az eltolás már könnyen kiszámítható $F^{-1}\left\{\exp\left(j\cdot 2\pi\cdot\xi\cdot x_0\right)\right\}=F^{-1}\left\{Y\left(\xi\right)\cdot\tilde{Y}^*\left(\xi\right)\Big/\left|Y\left(\xi\right)\cdot\tilde{Y}^*\left(\xi\right)\right|\right\}=\delta\left(x+x_0\right)$
- Lokális intenzitásváltozásokat nem képes figyelembe venni

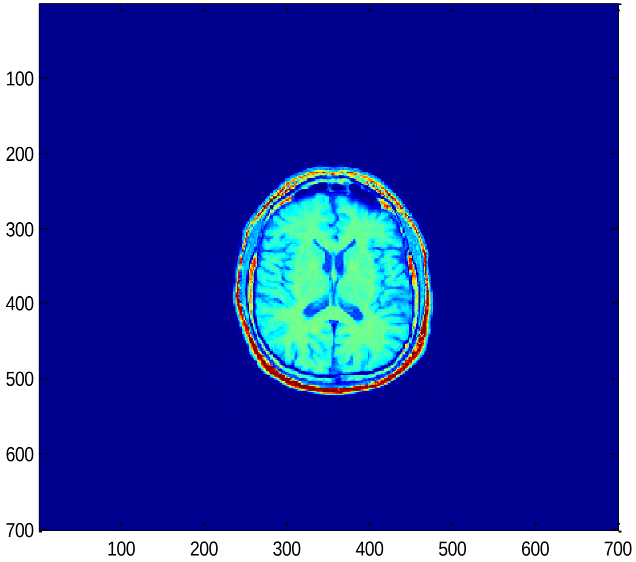
Fázis korreláció alapú regisztráció elforgatás transzformáció identifikálására

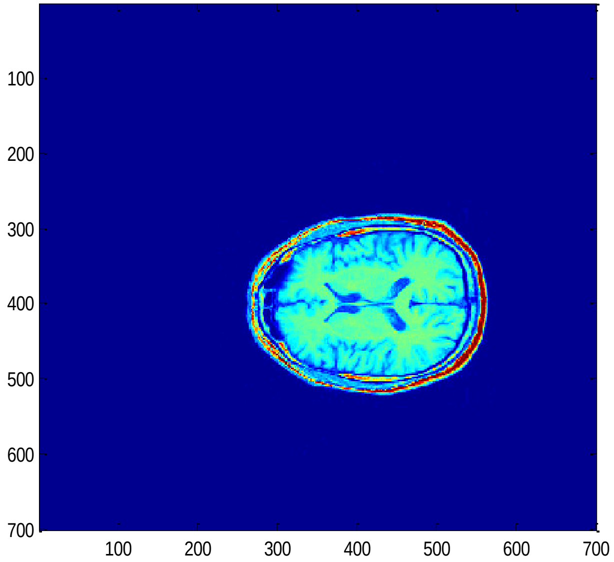
- Egy kép θ fokkal középpontja körüli elforgatása a kép spektrumát is ilyen mértékben forgatja el:
  - Egyszerűen belátható a Fourier vetítősík tétel alkalmazásával
- Ampl. spektrum eltolás invariáns:
  - Tehát ha az ampl. spektrum elfordulását meg tudnánk határozni, akkor kész lenne a regisztráció
  - Az elforgatás az ampl. spektrum polár koordinátás felírása esetén megegyezik a vízszintes tengellyel bezárt szög szerinti cirkuláris eltolással
  - Tehát visszavezettük a problémát az eltolás meghatározására

Fourier vetítősík tétel



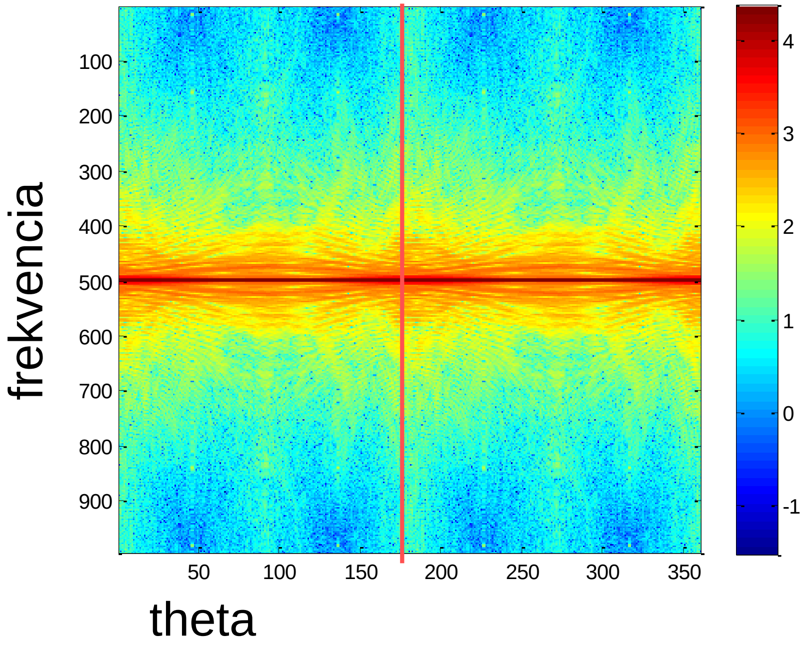
Példa – Fourier regisztráció

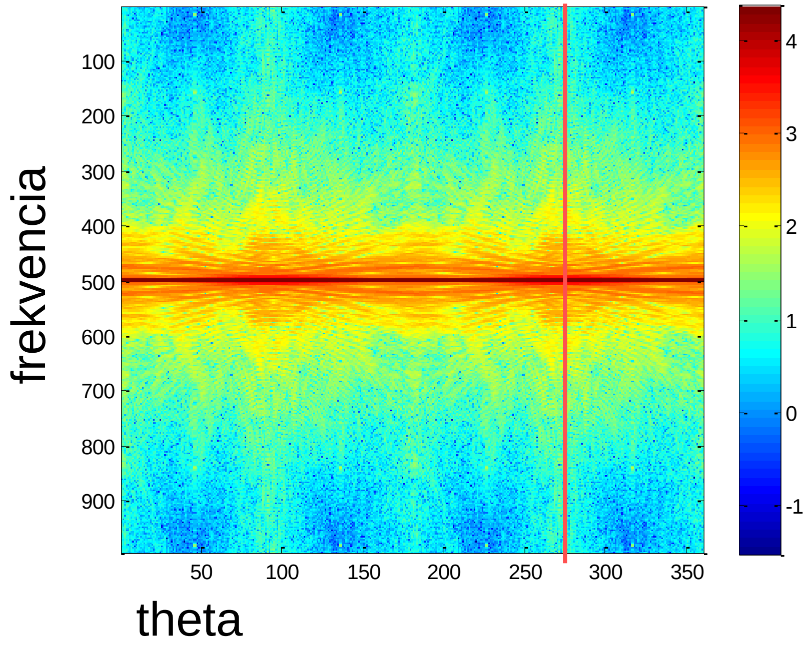




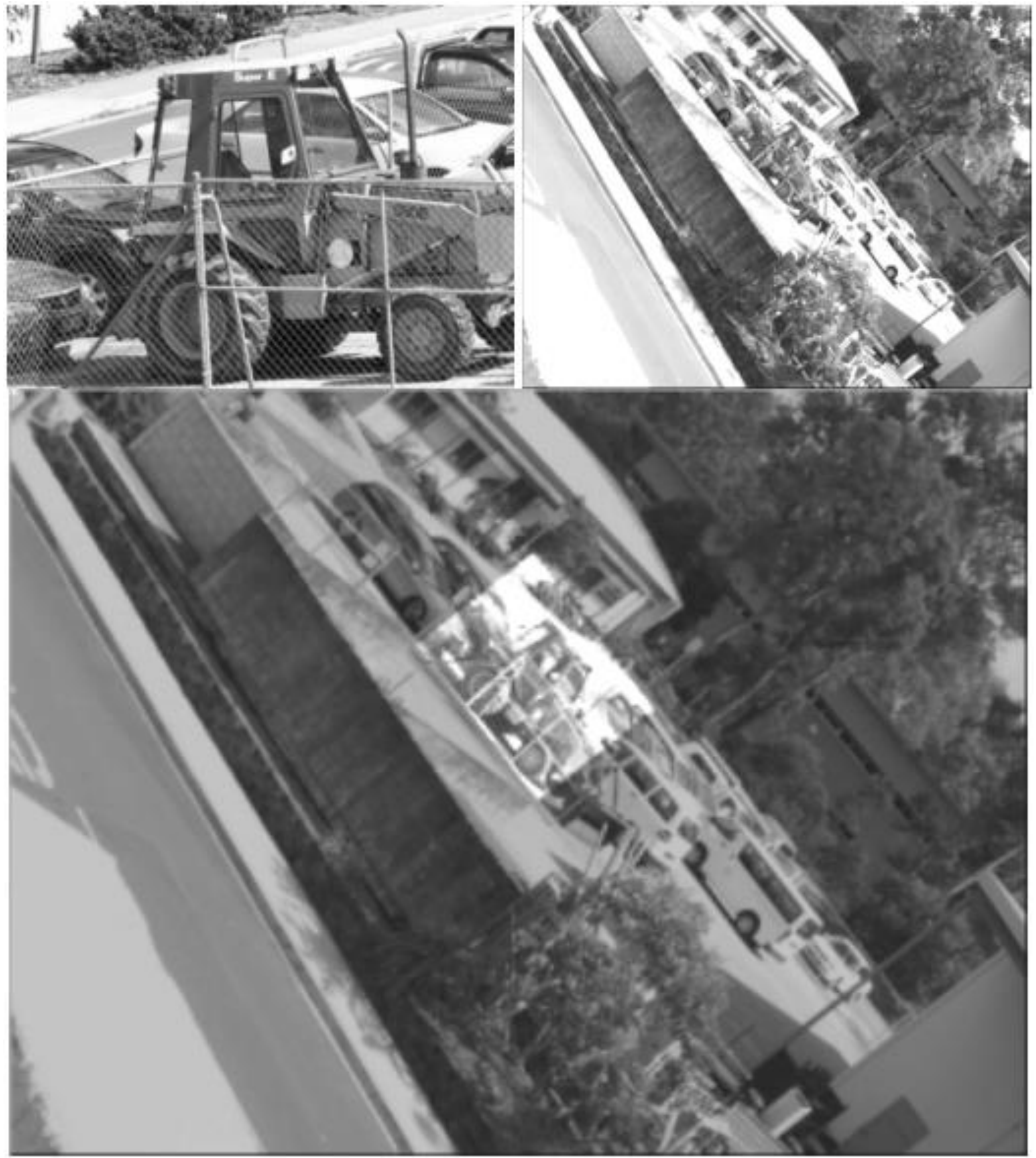
Példa – Fourier regisztráció

A két kép ampl. spektruma polárkoordinátás ábrázolásban





Fourier regisztráció példa



Regisztráció bázisának megválasztás

- Általában k.p. alapú eljárások preferáltak:
  - Könnyebben számolhatóak
  - Nagyobb szabadságfok (görbült transzformációk is)
  - Viszont ezek típusának megválasztása kritikus
- Terület (intenzitás / spketrum alapú eljárások):
  - Általánosan csak hasonlósági trafóra számolhatók könnyen
  - Akkor alkalmazzák, ha nincsenek a problémához illeszkedő kontrollpontok (pl. textúra, stb.), vagy azok lokalizációja problematikus.

Hasonlóság mértékek

- **Intenzitás alapú eljárásokhoz**
- Kép különbségképzés: SSD sum of squares of intensity differences

$$SSD = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|I_1(i) - I_2'(i)\right|^2$$

- Korrelációs együttható

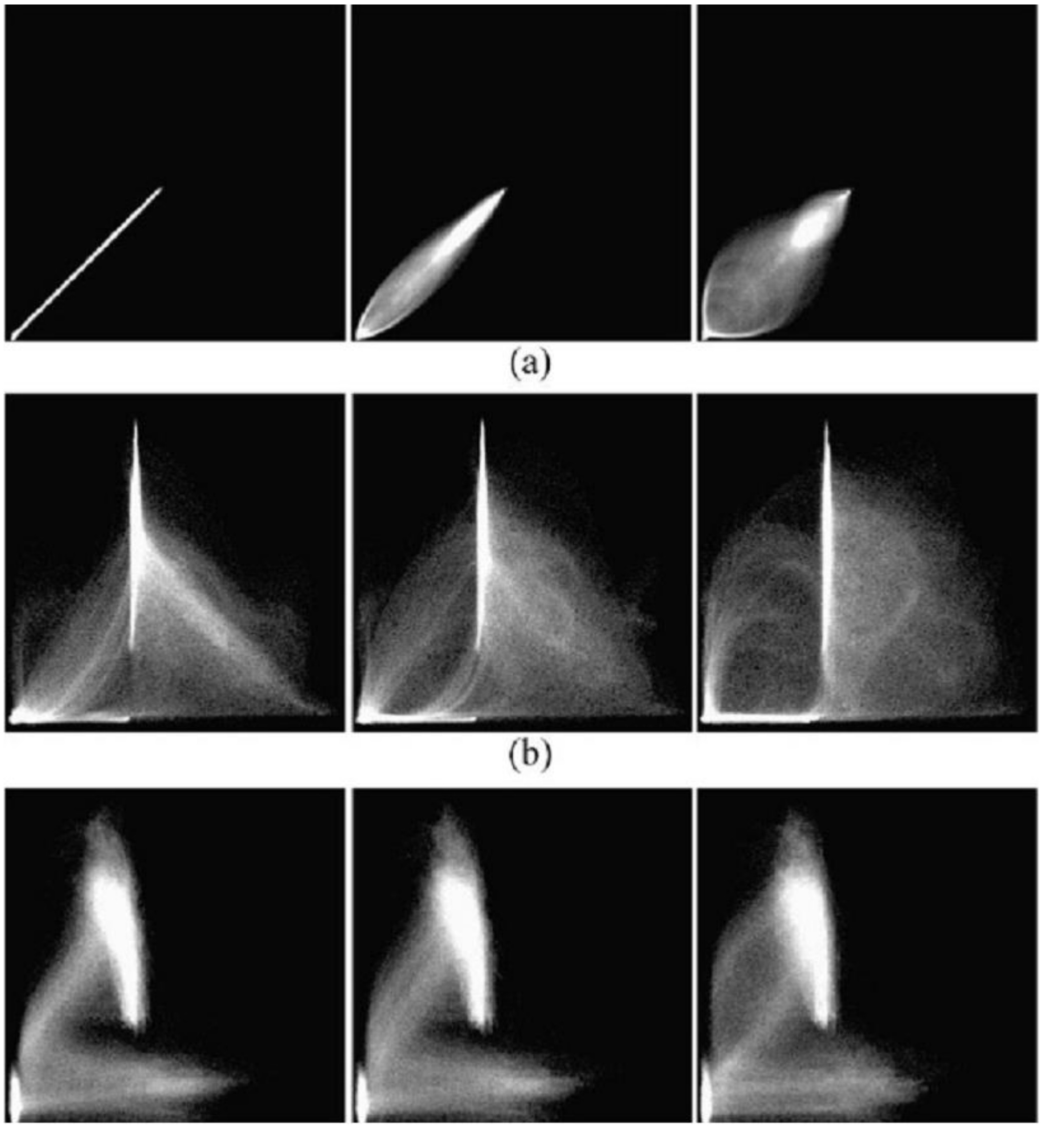
$$C(u,v) = \frac{\sum_x \sum_y I_1(x,y) I_2'(x-u, y-v)}{\sqrt{\sum_x \sum_y I_2'^2(x-u, y-v)}}$$

- Együttes sűrűségfüggvény (kiváltképp fúziónál fontos)

$$PDF(j,k) = \frac{Hist(j,k)}{\sum_{j,k} Hist(j,k)}$$

ahol *Hist*(*j*,*k*) a két kép együttes hisztogramja

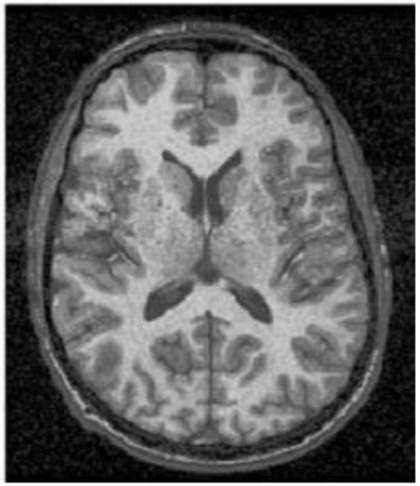
Együttes hisztogram



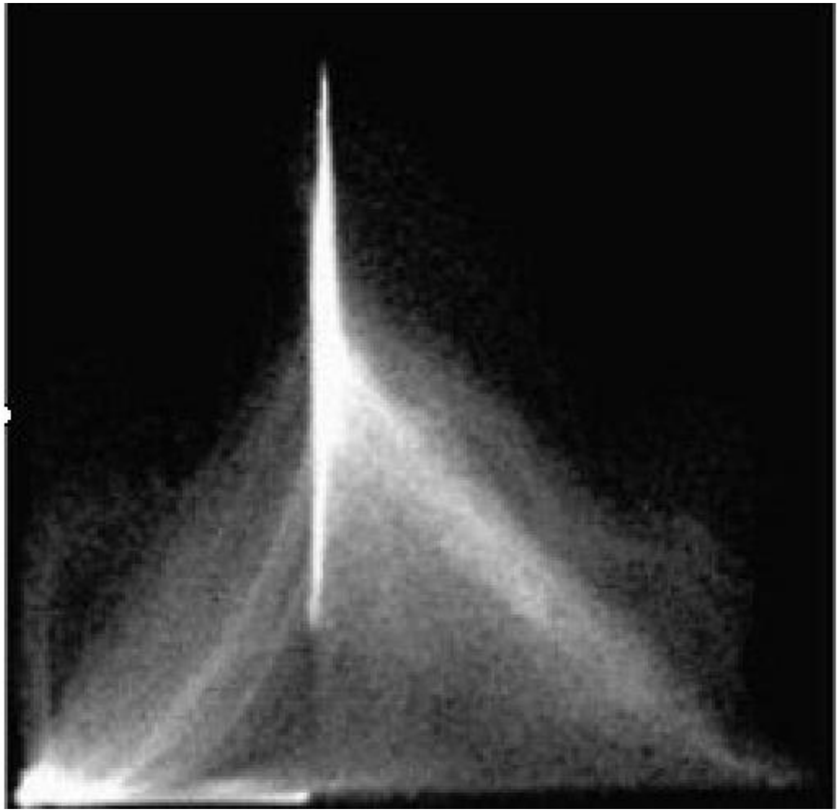
illeszkedő kis elmozdulás nagyobb elmozdulás

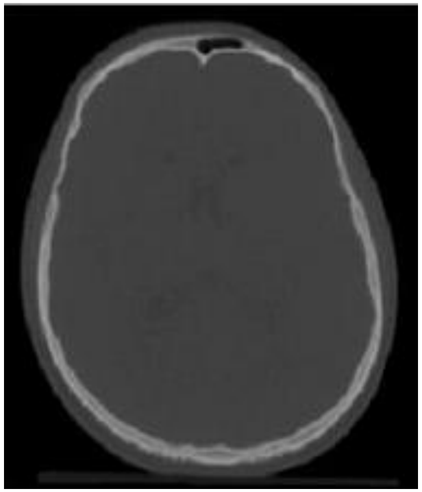
- MR-MR
- MR-CT
- MR-PET

Együttes hisztogram - fúziós regisztráció



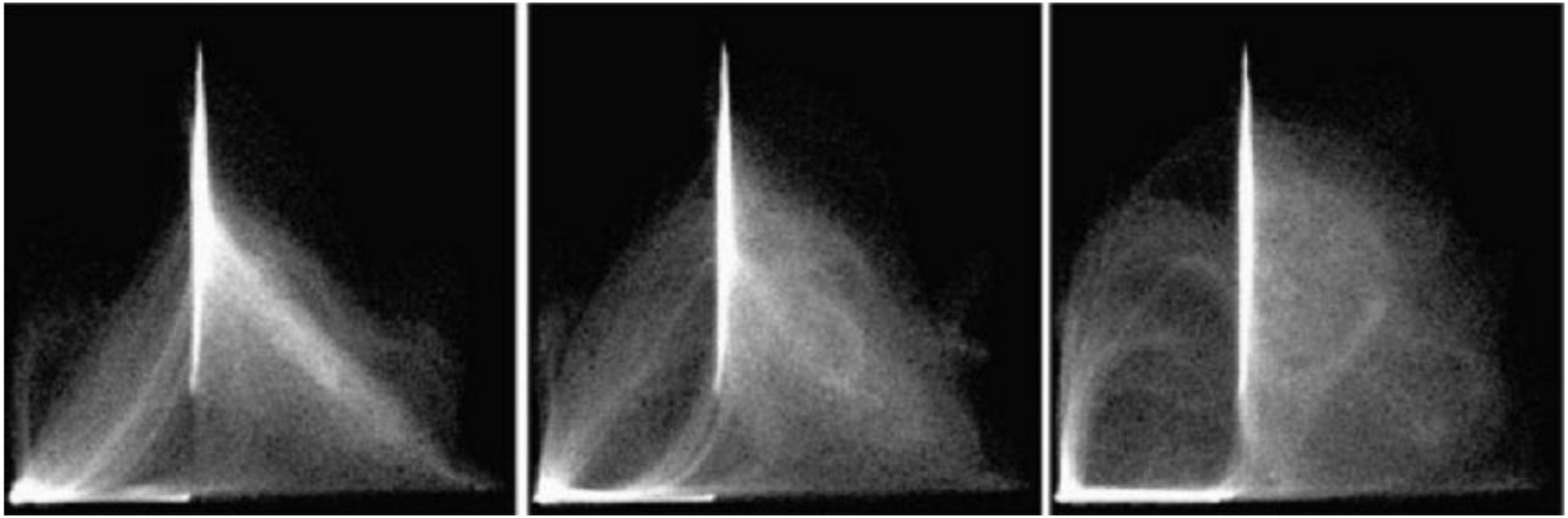
MRI image





CT image

Együttes hisztogram - fúziós regisztrációs



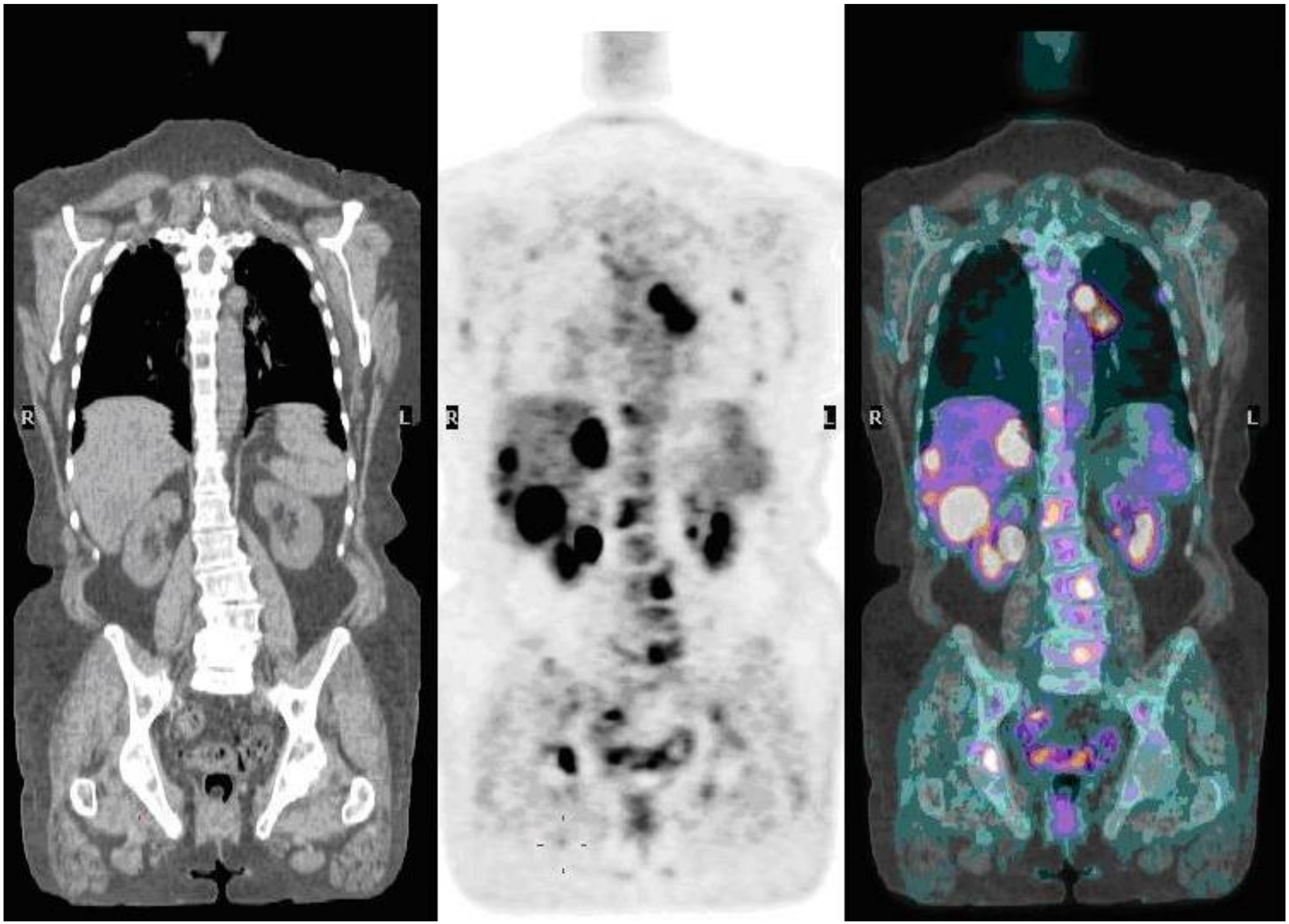
tökéletesen illeszkedő képek

2mm elmozdulás

5mm elmozdulás az egyik képnél

Megfigyelés: a két kép tökéletes illesztésénél az együttes hisztogram a legélesebb

PET - CT



Hasonlóság mértékek

Intenzitás alapú eljárásokhoz

Kereszt entrópia

$$H = -\sum_{s} \mathrm{t}(s) \log p(s)$$

Az együttes entrópia (minimalizálás)

$$H = -\sum_{j,k} PDF(j,k) \log PDF(j,k)$$

Kölcsönös információ (maximalizálás)

$$MI(I_1, I_2') = H(I_1)+H(I_2')-H(I_1,I_2') = \mathrm{H}(I_2')-\mathrm{H}(I_2'|I_1)$$

$$MI(I_1, I_2') = \sum_{i,j} p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{p_i p_j}$$

Kullback-Leibler divergencia: $KL(I_1, I_2') = \sum_{i} p_{1,i} \log \frac{p_{1,i}}{p_{2,i}}$

JS divergencia: $\mathrm{JS}(I_1, I_2') = \frac{1}{2}\left(KL\left(I_1, \frac{I_1 + I_2'}{2} \right) + KL\left(I_2', \frac{I_1 + I_2'}{2} \right) \right)$

Hasonlósági metrikák

- Normalizált keresztkorrelációs függvény
  - Fehér zajnál hatékony, lokális torzításokra érzékeny. Nehéz a korrelációtérben nagy csúcsot találni
- Fázis korreláció
  - Frekvenciafüggő zajra nem érzékeny
- Az intenzitáskülönbségek abszolút értékeinek összege
  - Hatékonyan számítható, ha nincsenek lokális torzítások, jó egyezést lehet találni
- Kontúr/felszín különbségek
  - Strukturális regisztráció esetén jó
- Előjelváltások száma a pontonkénti intenzitáskülönbségeknél
  - Nem hasonló képeknél működik jól