

1. Akciós potenciál bekövetkezésekor az alábbi sejtek belsejének potenciálja – a sejten kívüli térhez képest –  $-70\text{mV}$ -ról  $+20\text{mV}$ -ra változik.

A sejtmembrán fajlagos kapacitása  $1\mu\text{F}/\text{cm}^2$ .

Mennyi töltés halad át a membránon (feltételezve, hogy az akciós potenciál bekövetkezésekor az ionáramlás egyenletesen oszlik el a teljes membrán felületen)

- a.) a tintahal axonja (átmérő:  $640\mu\text{m}$ , hossz:  $10\text{cm}$ )  
 b.) egy korong alakú (átmérő:  $20\mu\text{m}$ , magasság:  $5\mu\text{m}$ ) sejt esetében?  
 (A Faraday állandó  $96500\text{C}/\text{mól}$ .)

A töltésmennyiség:  $Q = C \cdot \Delta U$

- a.) esetben a sejt felülete:  $A = d\pi L = 640 \cdot 10^{-6} \cdot \pi \cdot 10^{-1} \text{m}^2 \approx 2\text{cm}^2$

A membrán kapacitása  $\approx 2\mu\text{F}$

$$Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 90 \cdot 10^{-3} = 180 \cdot 10^{-9} \text{C}$$

ez a töltés  $1,87 \text{ pmólnyi}$  töltéshordozónak felel meg.

- b.) esetben a sejt felülete:  $A = 2 \cdot d^2 \cdot \pi / 4 + L \cdot d \cdot \pi = (0,5 \cdot 400 \cdot 10^{-12} + 100 \cdot 10^{-12}) \cdot \pi$

$A \approx 9,4 \cdot 10^{-6} \text{cm}^2$ , a membrán kapacitása  $\approx 9,4 \text{pF}$ .

$$Q = 9,4 \cdot 10^{-12} \cdot 90 \cdot 10^{-3} = 8,5 \cdot 10^{-13} \text{C}$$

ez a töltés  $8,8 \cdot 10^{-18} \text{ mólnyi}$  töltéshordozónak felel meg.

2. Az akciós potenciál bekövetkezésekor a sejt belsejébe áramló töltés az ott levő töltésmennyiség hány százaléka az 1. példában szereplő a.) ill. b.) esetben, ha a sejt belsejében levő oldat koncentrációja  $0,3\text{mól/l}$ ?

- a.) esetben a sejt térfogata  $3,2 \cdot 10^{-2} \text{cm}^3$ . Ebben a térfogatban  $9,6 \cdot 10^{-6} \text{mólnyi}$  ion van, ez az akciós potenciál során megmozduló ion mennyiség  $5,1 \cdot 10^6$ -szorososa.

- b.) esetben a sejt térfogata  $1,6 \cdot 10^{-9} \text{cm}^3$ . Ebben a térfogatban  $4,8 \cdot 10^{-13} \text{mólnyi}$  ion van, ez az akciós potenciál során megmozduló ion mennyiség  $54500$ -szorososa.

3. Egy sejtmembrán vastagsága  $12\text{nm}$ . Mekkora a membrán relatív permittivitása ( $\epsilon_r$ ), ha a fajlagos kapacitás  $1\mu\text{F}/\text{cm}^2$ ?

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A / d \rightarrow \epsilon_r = 13,6.$$

4. Egy sejt belsejének potenciálja a sejten kívüli térhez képest  $-80\text{mV}$ , a sejtmembrán vastagsága  $10\text{nm}$ . Mekkora a membránon fellépő térerő?

$$E = U/d = 8 \cdot 10^6 \text{V/m}.$$

(Átütési szilárdság értékek: száraz papír  $\sim 2,5 \dots 4 \cdot 10^6 \text{V/m}$ , levegő  $\sim 2 \cdot 10^6 \text{V/m}$ , polisztirol  $\sim 2 \dots 5 \cdot 10^7 \text{V/m}$ .)

5. Egy sejt belsejében és a sejten kívüli térben az alábbi koncentrációk állnak fenn:

	belül	kívül	permeabilitás, cm/s
K	155mM	4mM	$2 \cdot 10^{-6}$
Na	12mM	145mM	$2 \cdot 10^{-8}$
Cl	4mM	120mM	$4 \cdot 10^{-6}$

$R = 8,31\text{J}/(\text{mól} \cdot \text{°K})$ ,  $F = 96500 \text{C}/\text{mól}$ . Mekkora a sejtmembránon fellépő potenciálkülönbség  $T = 293 \text{°K}$  hőmérsékleten ?

$$E = \frac{RT}{F} \ln \frac{P_K [K]_{\text{belül}} + P_{Na} [Na]_{\text{belül}} + P_{Cl} [Cl]_{\text{kívül}}}{P_K [K]_{\text{kívül}} + P_{Na} [Na]_{\text{kívül}} + P_{Cl} [Cl]_{\text{belül}}} = 85,3\text{mV}$$

6. Membránnal elválasztott két kamrában különböző koncentrációjú KCl van. A membrán csak a  $K^+$  ionok számára átjárható.  $T = 298 \text{ °K}$  hőmérsékleten a két kamra közti feszültségkülönbség  $10\text{mV}$ .

a.) Mekkora a kamrák közti koncentrációkülönbség?

$$U_1 - U_2 = -\frac{RT}{zF} \ln \frac{c_1}{c_2}, \text{ innen } c_2 = 1,477 \cdot c_1.$$

$$R = 8,31\text{J}/(\text{mól} \cdot \text{°K}), F = 96500 \text{ C}/\text{mól}, \text{ KCl-ra } z = 1.$$

- b.) Az 1. jelű kamrában  $0,1\text{mól/l}$  koncentrációjú KCl van. Milyen hibával állapítható meg a 2. jelű kamrában levő KCl koncentrációja, ha a hőmérséklet értékét  $\pm 1\text{°K}$  bizonytalansággal tudjuk mérni?

Ha a külső hőmérséklet  $297\text{°K}$ , akkor  $c_2 = 0,14784 \text{ mól/l}$ ,

ha a külső hőmérséklet  $299\text{°K}$ , akkor  $c_2 = 0,14746 \text{ mól/l}$ .

Tehát a hőmérsékletmérésben  $\pm 1\text{°K}$  bizonytalanság  $0,26\%$  hibát okoz a koncentráció meghatározásában.

7. Egy ionszelektív (Na-ra érzékeny) membrán permeabilitása különböző ionokra:

$$P_{\text{Na}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ cm/s},$$

$$P_{\text{K}} = 10^{-6} \text{ cm/s},$$

$$P_{\text{Cl}} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s}.$$

A membránnal két kamrát választunk el, amelyekben az ionkoncentrációk:

	1. kamra	2. kamra
K	20mM	400mM
Na	20mM	40mM
Cl	100mM	50mM

$$[\Delta U = -58\text{mV} \cdot \log(\ )]$$

- a.) Mekkora lesz a potenciálkülönbség a két kamra között ( $\Delta U = -58 \text{ mV} \cdot \log(\ )$ )?

$$U_1 - U_2 = 18,56\text{mV}$$

- b.) Hogyan változik meg a potenciálkülönbség ha a 2. kamrában

- a Na koncentráció megnő  $20\%$ -kal,
- a K koncentráció megnő  $20\%$ -kal?

A potenciálkülönbség függése a 2. kamrában levő Na koncentrációtól:

$$U_1 - U_2 = -58 \cdot \log \frac{40,45 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-4} \cdot [\text{Na}]_2 + 4,5 \cdot 10^{-7}} \text{ mV}$$

$[\text{Na}]_2 = 48\text{mM}$  esetén  $U_1 - U_2 = 22,92\text{mV}$  ( $23,5\%$ -os megváltozás).

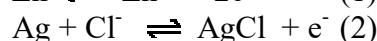
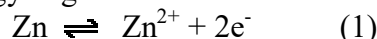
A potenciálkülönbség függése a 2. kamrában levő K koncentrációtól:

$$U_1 - U_2 = -58 \cdot \log \frac{40,45 \cdot 10^{-7}}{10^{-6} \cdot [\text{K}]_2 + 8,05 \cdot 10^{-6}}$$

$[\text{K}]_2 = 480\text{mM}$  esetén  $U_1 - U_2 = 18,79\text{mV}$  ( $1,2\%$ -os megváltozás).

8.  $1\text{M}$  koncentrációjú  $\text{ZnCl}_2$  oldatba egy Zn és egy Ag/AgCl elektródot merítünk.

a.) Milyen kémiai reakció megy végbe az elektród/elektrolit határfelületeken?



b.) Mekkora potenciálkülönbség lesz az elektródok között, ha terhelőáram nem folyik?  
Az (1)-hez tartozó potenciálkülönbség  $-0,76\text{V}$ , a (2)-höz tartozó pedig  $+0,22\text{V}$ . (ld. 1. táblázat)

A potenciálkülönbség a két érték különbsége:  $U = -0,98\text{V}$ .

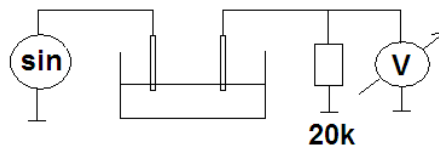
c.) Mi történik, ha a két elektródot rövidre zárjuk?

A potenciálkülönbség miatt áram fog folyni. Az elektronok a Zn elektródtól az Ag/AgCl elektród felé folynak, (1) lefolyása balról jobbra, (2) lefolyása jobbról balra történik.

d.) Hogyan változik a potenciálkülönbség az elektródok között a rövidzár eltávolítása után?

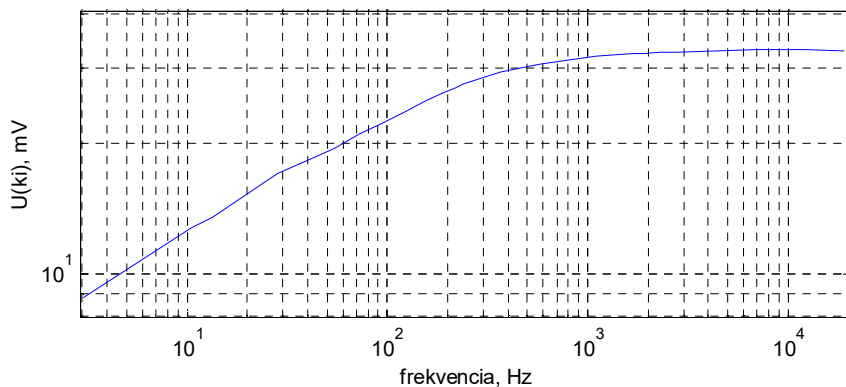
Amikor az elektródok rövidre vannak zárva, akkor a fél-cella feszültségek különbsége polarizációs (koncentrációs) túlfeszültségként, és kisebb mértékben az összekötő vezetéken kialakuló feszültségesésként van jelen. A rövidzár megszüntetésekor a vezetéken folyó áram azonnal, az elektródok felületén levő koncentrációs túlfeszültség azonban csak adott idő elteltével szűnik meg. Az ionkoncentráció különbség miatt áram fog folyni, így a  $-0,98\text{V}$ -os nyugalmi potenciálra való visszaállás exponenciális jellegű lesz.

9. Két azonos felépítésű Ag/AgCl elektródot az 1. ábra szerinti módon vizsgálunk.



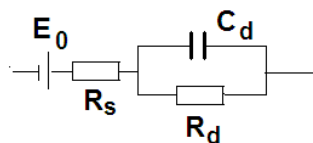
1. ábra

A szinusz jel amplitúdója  $34,1\text{mV}$ . A V voltmérővel az alábbi amplitúdó értékeket mérjük (2. ábra):



2. ábra

$10\text{kHz}$ -en a kimeneti feszültség amplitúdója  $32,9\text{mV}$ . Becsülje meg az elektródok soros ellenállását, a 3. ábra szerinti modellt feltételezve.



3. ábra

Az 1. ábra szerinti feszültségosztó átvitele a frekvencia növekedésével tart a  $20k/(20k + 2 \cdot R_s)$ -hez (a két elektródot egyformának tekintve). A 10kHz-en mért érték alapján  $R_s \approx 365 \Omega$ .

Forrás: [http://www.siliconfareast.com/ox\\_potential.htm](http://www.siliconfareast.com/ox_potential.htm), letöltve: 2009. június 22.

**Table 1. Standard Electrode Reduction and Oxidation Potential Values**

<b>Anodic</b> - exhibits greater tendency to lose electrons			
Reduction Reaction	E° (V)	Oxidation Reaction	E° (V)
$\text{Li}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{Li}$	-3.04	$\text{Li} \rightarrow \text{Li}^+ + \text{e}^-$	3.04
$\text{K}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{K}$	-2.92	$\text{K} \rightarrow \text{K}^+ + \text{e}^-$	2.92
$\text{Ba}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ba}$	-2.90	$\text{Ba} \rightarrow \text{Ba}^{2+} + 2\text{e}^-$	2.90
$\text{Ca}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ca}$	-2.87	$\text{Ca} \rightarrow \text{Ca}^{2+} + 2\text{e}^-$	2.87
$\text{Na}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{Na}$	-2.71	$\text{Na} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{e}^-$	2.71
$\text{Mg}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mg}$	-2.37	$\text{Mg} \rightarrow \text{Mg}^{2+} + 2\text{e}^-$	2.37
$\text{Al}^{3+} + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Al}$	-1.66	$\text{Al} \rightarrow \text{Al}^{3+} + 3\text{e}^-$	1.66
$\text{Mn}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mn}$	-1.18	$\text{Mn} \rightarrow \text{Mn}^{2+} + 2\text{e}^-$	1.18
$2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2 + 2\text{OH}^-$	-0.83	$\text{H}_2 + 2\text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^-$	0.83
$\text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Zn}$	-0.76	$\text{Zn} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^-$	0.76
$\text{Cr}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cr}$	-0.74	$\text{Cr} \rightarrow \text{Cr}^{2+} + 2\text{e}^-$	0.74
$\text{Fe}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Fe}$	-0.44	$\text{Fe} \rightarrow \text{Fe}^{2+} + 2\text{e}^-$	0.44
$\text{Cr}^{3+} + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Cr}$	-0.41	$\text{Cr} \rightarrow \text{Cr}^{3+} + 3\text{e}^-$	0.41
$\text{Cd}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cd}$	-0.40	$\text{Cd} \rightarrow \text{Cd}^{2+} + 2\text{e}^-$	0.40
$\text{Co}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Co}$	-0.28	$\text{Co} \rightarrow \text{Co}^{2+} + 2\text{e}^-$	0.28
$\text{Ni}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ni}$	-0.25	$\text{Ni} \rightarrow \text{Ni}^{2+} + 2\text{e}^-$	0.25
$\text{Sn}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Sn}$	-0.14	$\text{Sn} \rightarrow \text{Sn}^{2+} + 2\text{e}^-$	0.14
$\text{Pb}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pb}$	-0.13	$\text{Pb} \rightarrow \text{Pb}^{2+} + 2\text{e}^-$	0.13
$\text{Fe}^{3+} + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Fe}$	-0.04	$\text{Fe} \rightarrow \text{Fe}^{3+} + 3\text{e}^-$	0.04
<b>Arbitrary Neutral</b> : $\text{H}_2$			
Reduction Reaction	E° (V)	Oxidation Reaction	E° (V)
$2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2$	0.00	$\text{H}_2 \rightarrow 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$	0.00
<b>Cathodic</b> - exhibits greater tendency to gain electrons			
Reduction Reaction	E° (V)	Oxidation Reaction	E° (V)
$\text{S} + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2\text{S}$	0.14	$\text{H}_2\text{S} \rightarrow \text{S} + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$	-0.14
$\text{Sn}^{4+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Sn}^{2+}$	0.15	$\text{Sn}^{2+} \rightarrow \text{Sn}^{4+} + 2\text{e}^-$	-0.15
$\text{Cu}^{2+} + \text{e}^- \rightarrow \text{Cu}^+$	0.16	$\text{Cu}^+ \rightarrow \text{Cu}^{2+} + \text{e}^-$	-0.16
$\text{SO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{SO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	0.17	$\text{SO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{SO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e}^-$	-0.17
$\text{AgCl} + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag} + \text{Cl}^-$	0.22	$\text{Ag} + \text{Cl}^- \rightarrow \text{AgCl} + \text{e}^-$	-0.22
$\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu}$	0.34	$\text{Cu} \rightarrow \text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^-$	-0.34
$\text{ClO}_3^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{ClO}_2^- + 2\text{OH}^-$	0.35	$\text{ClO}_2^- + 2\text{OH}^- \rightarrow \text{ClO}_3^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^-$	-0.35
$2\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2 + 4\text{e}^- \rightarrow 4\text{OH}^-$	0.40	$4\text{OH}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2 + 4\text{e}^-$	-0.40
$\text{Cu}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{Cu}$	0.52	$\text{Cu} \rightarrow \text{Cu}^+ + \text{e}^-$	-0.52
$\text{I}_2 + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{I}^-$	0.54	$2\text{I}^- \rightarrow \text{I}_2 + 2\text{e}^-$	-0.54
$\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{H}_2\text{O}_2$	0.68	$\text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$	-0.68
$\text{Fe}^{3+} + \text{e}^- \rightarrow \text{Fe}^{2+}$	0.77	$\text{Fe}^{2+} \rightarrow \text{Fe}^{3+} + \text{e}^-$	-0.77
$\text{NO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0.78	$\text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{NO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e}^-$	-0.78
$\text{Hg}_2^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Hg}$	0.78	$\text{Hg} \rightarrow \text{Hg}_2^{2+} + 2\text{e}^-$	-0.78
$\text{Ag}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}$	0.80	$\text{Ag} \rightarrow \text{Ag}^+ + \text{e}^-$	-0.80
$\text{NO}_3^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e}^- \rightarrow \text{NO} + 2\text{H}_2\text{O}$	0.96	$\text{NO} + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{NO}_3^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e}^-$	-0.96
$\text{Br}_2 + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{Br}^-$	1.06	$2\text{Br}^- \rightarrow \text{Br}_2 + 2\text{e}^-$	-1.06
$\text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$	1.23	$2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^-$	-1.23
$\text{MnO}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mn}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1.28	$\text{Mn}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{MnO}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{e}^-$	-1.28
$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + 14\text{H}^+ + 6\text{e}^- \rightarrow 2\text{Cr}^{3+} + 7\text{H}_2\text{O}$	1.33	$2\text{Cr}^{3+} + 7\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + 14\text{H}^+ + 6\text{e}^-$	-1.33
$\text{Cl}_2 + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{Cl}^-$	1.36	$2\text{Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2 + 2\text{e}^-$	-1.36
$\text{Ce}^{4+} + \text{e}^- \rightarrow \text{Ce}^{3+}$	1.44	$\text{Ce}^{3+} \rightarrow \text{Ce}^{4+} + \text{e}^-$	-1.44
$\text{Au}^{3+} + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Au}$	1.50	$\text{Au} \rightarrow \text{Au}^{3+} + 3\text{e}^-$	-1.50
$\text{MnO}_4^- + 8\text{H}^+ + 5\text{e}^- \rightarrow \text{Mn}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O}$	1.52	$\text{Mn}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{MnO}_4^- + 8\text{H}^+ + 5\text{e}^-$	-1.52
$\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$	1.78	$2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$	-1.78
$\text{Co}^{3+} + \text{e}^- \rightarrow \text{Co}^{2+}$	1.82	$\text{Co}^{2+} \rightarrow \text{Co}^{3+} + \text{e}^-$	-1.82
$\text{S}_2\text{O}_8^{2-} + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{SO}_4^{2-}$	2.01	$2\text{SO}_4^{2-} \rightarrow \text{S}_2\text{O}_8^{2-} + 2\text{e}^-$	-2.01
$\text{O}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^- \rightarrow \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$	2.07	$\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{O}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e}^-$	-2.07
$\text{F}_2 + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{F}^-$	2.87	$2\text{F}^- \rightarrow \text{F}_2 + 2\text{e}^-$	-2.87

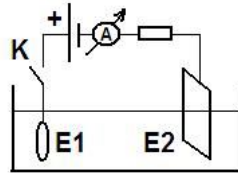
For example, if tin is deposited over copper, then there is a possibility for corrosion to occur. From Table 1, copper has a lower oxidation potential (-0.34 V) than tin (0.14 V), so Cu can serve as the cathode while Sn can serve as the anode, creating the potential difference necessary for corrosion to occur.

## 1. táblázat

10. Ezüstre ezüstklorid bevonatot készítünk elektrolízissel. Nátriumklorid oldatba két ezüst elektródot helyezünk: egy nagy felületű ezüst elektródot és a bevonattal ellátni kívánt elektródot (4. ábra). A két elektród között folyó áram a K kapcsoló zárása után exponenciálisan csökken:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{T_0}}$$

$$I_0 = 100\text{mA}, T_0 = 10\text{s}.$$



4. ábra

- a.) Mennyi töltés áramlik ki a telepből ha a K kapcsolót 10 percig zárva tartjuk?

$$Q = \int_0^{T_1} I(t) dt = 100\text{mA} \int_0^{T_1} e^{-\frac{t}{T_0}} dt = 1\text{C}$$

- b.) Hány gramm ezüstklorid válik ki az E1 elektród felületén 10 perc alatt?

Egy AgCl molekula kiválásához egy elektronra van szükség. Így 1C töltés hatására  $N = 1\text{C}/1,6 \cdot 10^{-19}\text{C} = 6,25 \cdot 10^{18}$  molekula válik ki. Ez  $6,25 \cdot 10^{18} / 6 \cdot 10^{23} = 1,04 \cdot 10^{-5}$  mólnak felel meg. Az AgCl mól súlya 142,3, tehát 10 perc alatt  $1,48 \cdot 10^{-3}$  g AgCl válik ki.

- c.) Az elkészített Ag/AgCl elektródot 1 liter 0,9 mólnyi NaCl oldatot tartalmazó edénybe helyezük. Mennyi AgCl oldódik le az elektródról?

Az AgCl oldhatósága 25°C-on  $1,56 \cdot 10^{-10}$ , azaz  $[\text{Ag}^+][\text{Cl}^-] = 1,56 \cdot 10^{-10}$ .

$[\text{Cl}^-] = 0,9$  mól/l (ilyen alacsony koncentrációnál az aktivitást egyenlőnek vehetjük a koncentrációval), innen  $[\text{Ag}^+] = 1,73 \cdot 10^{-10}$  mól/l.

Ehhez  $1,73 \cdot 10^{-10}$  mólnyi AgCl oldódik, ami  $1,73 \cdot 10^{-10} \cdot 142,3\text{g} = 2,46 \cdot 10^{-8}\text{g}$ .

- d.) Az a.) és b.) szerint elkészített Ag/AgCl elektródot hány alkalommal méríthetjük a c.) szerinti edénybe ahhoz, hogy az AgCl bevonat 67%-a megmaradjon?

A b.) szerint felvitt AgCl 33%-a  $4,88 \cdot 10^{-4}$  g, ezt osztva az egy beemítéskor beoldódó, c.) szerinti értékkel 19837-t kapunk.

11. Membránnal elválasztott két térrészben különböző koncentrációjú urea (karbamid, vízben jól oldódó, semleges kémhatású vegyület) van. A koncentráció az egyik térrészben 20 mmól/l, a másikban 60 mmól/l. A membrán ureára vonatkozó permeabilitása  $2 \cdot 10^{-6}$  cm/s.

- a.) Mekkora a diffúziós fluxus?

$$J_d = -P_u \cdot ([C_1] - [C_2]) = -2 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 10^{-6} \text{mól/cm}^3 = -8 \cdot 10^{-11} \text{mól/cm}^2/\text{s}$$

- b.) A diffúziós állandó,  $D = 3 \cdot 10^{-11}$  cm<sup>2</sup>/s. Milyen vastag a membrán?

$$P_u = D/d \rightarrow d = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{cm} = 0,15 \mu\text{m}.$$

12. Vérgáz analizátorban pH méréshez az alábbi koncentrációjú referenciaoldatokat használjuk:  $pH(\text{ref1}) = 6,838 \pm 0,005$ ,  $pH(\text{ref2}) = 7,382 \pm 0,005$ . Az elektródhoz kapcsolódó analóg erősítő kimeneti feszültségét mérjük. A következő értékeket kapjuk az elektród kimeneti feszültségének beállása után:

ref1 oldat bejuttatása esetén	1000mV
ref2 oldat bejuttatása esetén	2000mV
vérminta bejuttatása esetén	2061mV

- a.) Milyen tartományban lehet a vérminta pH értéke, ha csak a referenciaoldatok koncentrációjának bizonytalanságával számolunk, minden más, a mérési eredményt befolyásoló tényezőt ideálisnak tekintünk?

A kétpontos kalibrálás eredményeként a vérminta pH értéke:

$$pH(\text{vér}) = pH(\text{ref2}) + \frac{pH(\text{ref2}) - pH(\text{ref1})}{U_{ki}(\text{ref2}) - U_{ki}(\text{ref1})} (U(\text{vér}) - U(\text{ref2}))$$

A vérminta pH-ja minimális, ha  $pH(\text{ref2})$  minimális és  $pH(\text{ref1})$  maximális. Ekkor  $pH(\text{vér}, \text{minimális}) = 7,4096$ .

A vérminta pH-ja maximális, ha  $pH(\text{ref2})$  maximális és  $pH(\text{ref1})$  minimális. Ekkor  $pH(\text{vér}, \text{maximális}) = 7,4208$ .

- b.) Mekkora a pH mérő analóg erősítőjének erősítése?

A mérendő oldat pH értékének 1-gyel történő megváltozása az elektród potenciált 25 °C-on 59mV-tal változtatja meg. A pH 0,544-gyel történő megváltoztatása az elektród potenciált 32,1mV-tal változtatja meg. Az erősítő kimenetén a feszültség megváltozása (1000mV) ennek erősítésszerese. Tehát az erősítés értéke: 31,2.

- c.) Milyen tartományban lehet a vérminta pH értéke, ha az elektród driftje maximálisan 2mV/óra, és egy oldathoz tartozó kimeneti feszültség megállapításához 1 percre van szükség?

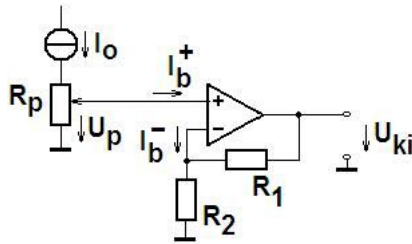
1 perc alatt az erősítő kimenetén a maximális feszültségváltozás 1,04mV. Emiatt a  $pH(\text{ref2})$  látszólagos maximális értéke 0,00057-tel nő, azaz 7,38757 lesz. A 2061mV a drift nélküli 2062,4mV helyett lehet az erősítő kimenetén, így a vérminta maximális pH értéke 7,422 lehet. Hasonló módon számolva a vérminta minimális pH értéke 7,409 lehet. A megadott értékek mellett a pH elektród driftje miatti maximális hiba tehát mintegy tizedrésze a referenciaoldatok koncentrációjának bizonytalanságából eredő hibának.

13. Egy oldatban az oxigén koncentrációját Pt katódból, Ag/AgCl anódból és az őket összekötő sóhídból (KCl) álló Clark elektróddal mérjük. 0,7V polarizációs feszültséget beállítva az elektród kimeneti árama 1,3μA. Mennyi O<sub>2</sub> redukálódik a katódon, és mennyi AgCl válik ki a katódon másodpercenként?

$Q = I \cdot t$ , 1,3μA 1 másodperc alatt  $1,3 \cdot 10^{-6}$  C töltést szállít a katódhoz. 1 O<sub>2</sub> molekula redukálódása 4 elektront igényel. Az elektron töltése  $1,6 \cdot 10^{-19}$ ,  $1,3 \cdot 10^{-6}$  C-hoz  $8,125 \cdot 10^{12}$  elektron,  $2,03 \cdot 10^{12}$  O<sub>2</sub> molekula (2pmol) redukálódása kell.

A katódon 4 elektron leadásakor 4 AgCl molekula kiválása történik. 1 másodperc alatt  $8,125 \cdot 10^{12}$  AgCl (13,5pmol) válik ki, ez  $142,3 \cdot 1,35 \cdot 10^{-11}$  g =  $1,92 \cdot 10^{-9}$  g.

14. Elfordulást mérünk huzalpotenciómétert felhasználva, az 5. ábra szerint.



5. ábra

Az  $50\mu\text{m}$  átmérőjű huzal feltekerésével készült potencióméter ( $R_p$ )  $90^\circ$ -ot tud elfordulni, a csúszka karjának hossza az elfordulási tengelytől a negyedkörívig  $2\text{cm}$ . Az 5. ábra szerinti kapcsolásban  $R_p = 100\Omega$ ,  $R_1 = 47\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 1\text{k}\Omega$ ,  $I_0 = 1\text{mA}$ . A műveleti erősítőre:  $R_{bes} = 10^{10}\Omega$ , a közösjel elnyomás (CMRR) =  $80\text{dB}$ , a nyílthurkú erősítés ( $A_{uso}$ ) =  $100\text{dB}$ , a maximális bemeneti ofsztet feszültség ( $U_{0\text{max}}$ ) =  $1\text{mV}$ , a bemeneti áramok maximuma ( $I_{b\text{max}}^+$ ,  $I_{b\text{max}}^-$ ) =  $100\text{pA}$ .

a.) Mekkora felbontással mérhető a szögelfordulás?

A potencióméter negyedkörívének hossza  $31,4\text{mm}$ , erre egymás mellé  $628$  menet vihető fel. A felbontás tehát  $1/628 = 0,16\%$ , ami  $0,14^\circ$ -nak felel meg.

b.) Milyen hibát okoz az  $U_{ki} = f(\text{elfordulás})$  átvitelben a műveleti erősítő ofsztet feszültsége?

Nullpont eltolódást, értéke  $\frac{U_0}{I_0 R_p} * 90^\circ = 0,9^\circ$

c.) Milyen hibát okoz az  $U_{ki} = f(\text{elfordulás})$  átvitelben a műveleti erősítő véges nyílthurkú erősítése?

Erősítéshibát, értéke  $h \approx -1/H_0 = -1/(10^5 * 1/48) = -4,8 * 10^{-4}$

d.) Milyen hibát okoz az  $U_{ki} = f(\text{elfordulás})$  átvitelben a műveleti erősítő bemeneti árama, bemeneti ellenállása és közösjel elnyomása?

$I_b^+$  erősítéshibát okoz, mert  $U_p = \alpha * R_p * (I_0 - I_b^+)$ ,  $h_{\text{max}} \approx -I_{b\text{max}}^+ / I_0 = -10^{-7}$

$I_b^-$  a bemenetre redukált maximális ofsztet feszültséget ( $1\text{mV}$ ) növeli meg  $0,1\mu\text{V}$ -tal.

$$|U_{be0}|_{\text{max}} = |U_0|_{\text{max}} + |I_b^-|_{\text{max}} * R_1 * R_2$$

$R_{bes}$  erősítéshibát okoz, mert

$$U_p = I_0 * \alpha * R_p * R_{bes} \cong I_0 * \alpha * R_p * \left(1 - \frac{R_p}{R_{bes}}\right), h = -10^{-8}$$

15. Konstantán huzalból nyúlásmérő bélyeget készítünk. A huzal hossza  $200\text{mm}$ , átmérője  $60\mu\text{m}$ . A konstantán fajlagos ellenállása  $20^\circ\text{C}$ -on:  $5 * 10^{-7} \Omega\text{m}$ , hőmérsékleti tényezője:  $3 * 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ .

a.) Mekkora a nyúlásmérő bélyeg ellenállása nyugalmi állapotban,  $20^\circ\text{C}$ -on?

$$R = 35,368\Omega.$$

b.) Mekkora a nyúlásmérő bélyeg ellenállása, ha a hossza  $0,1\%$ -kal megnyúlik?

$$R = 35,439\Omega.$$

c.) Mekkora a G bélyegállandó (gauge factor)?



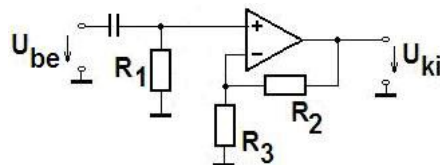
$$G = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\frac{\Delta}{R}} = 2$$

- d.) 5 °C hőmérsékletváltozás eredményeként bekövetkező ellenállásváltozás a huzal hossz 0,1%-kal történő megnyúlása miatt bekövetkező ellenállásváltozásnak hány százaléka?

A 0,1% megnyúlás hatására bekövetkező  $\Delta R_{ny} = 0,071\Omega$ . 5 °C hőmérsékletváltozás eredményeként bekövetkező  $\Delta R_h = 0,0053\Omega$ , ez  $\Delta R_{ny}$  7,5%-a.

Ez mutatja, hogy nyúlásmérő bélyeg alkalmazásakor – még a viszonylag kis hőfokfüggésű konstantán esetén is – a hőmérsékletváltozás hatásának kompenzálásáról gondoskodni kell.

16. Ideális műveleti erősítőt feltételezve határozza meg a 6. ábrán látható kapcsolás



$$R_1 = 1 \text{ M}\Omega, R_2 = 99 \text{ k}\Omega, R_3 = 1 \text{ k}\Omega, C = 1 \text{ }\mu\text{F}$$

6. ábra

- a.) erősítését

$$A_u = 1 + R_2/R_3 = 100$$

- b.) 2% tűrésű ellenállásokat feltételezve az erősítés minimális és maximális értékét

$$A_{u\min} = 96,1, A_{u\max} = 104.$$

- c.) bemeneti impedanciájának abszolút értékét, a C kapacitást rövidzárnak tekintve

$$R_{be} \approx R_1 = 1 \text{ M}\Omega$$

- d.) alsó határfrekvenciáját

$$3\text{dB erősítéscsökkenés következik be } f_a = 1/(2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot C) = 0,16\text{Hz-en.}$$

- e.) 0,16 – 100Hz tartományban  $R_1$ -n a zajt

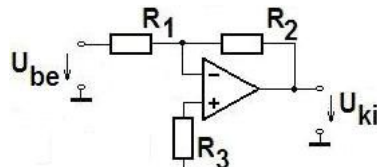
$$u_{eff} = \sqrt{4 \cdot K \cdot T \cdot R \cdot \Delta f} = 1,3 \mu\text{V}$$

Mekkora hibát követünk el azzal, hogy C-t rövidzárnak tekintjük?

$$Z_{be}(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C}, |Z_{be}(j\omega)| = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

C impedanciája frekvenciafüggő, abszolút értéke 20Hz-en 8k $\Omega$ , 1Hz-en 160k $\Omega$ , 0,16Hz-en 1M $\Omega$ . A bemeneti impedancia abszolút értéke 20Hz-en 1M $\Omega$ , 1Hz-en 1,01M $\Omega$ , 0,16Hz-en 1,41M $\Omega$ .

17. A 7. ábrán látható invertáló erősítő kapcsolás elemértékei:  $R_1 = 10\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 100\text{k}\Omega$ ,  $R_3 = 10\text{k}\Omega$ , a műveleti erősítőt ideálisnak tekintjük.



7. ábra

a.) Határozza meg a kapcsolás feszültségerősítését.

$$A_u = -R_2/R_1 = -10.$$

b.) Határozza meg a bemeneti ellenállást.

$$R_{be} = R_1 = 10\text{k}\Omega.$$

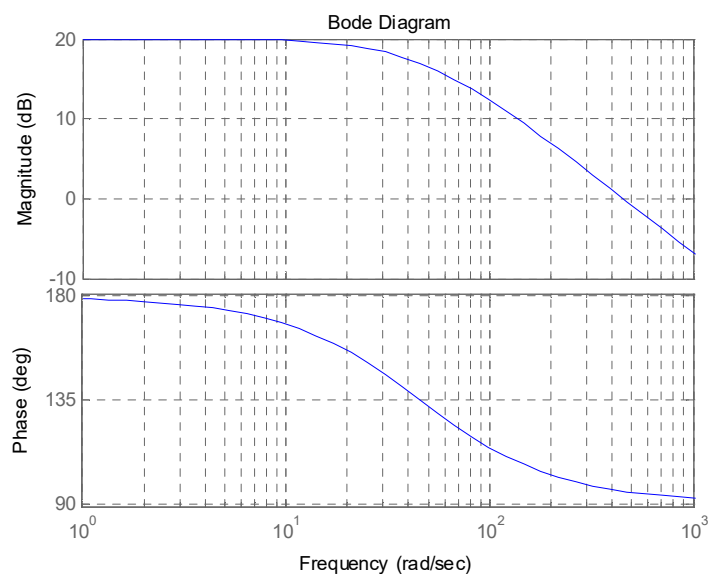
c.)  $R_2$ -vel párhuzamosan kapcsolunk egy  $C = 220\text{nF}$  értékű kondenzátort. Rajzolja fel a kapcsolás feszültségerősítésének frekvenciafüggését és adja meg a feszültségátvitel abszolút értékét  $f = 50\text{Hz}$  frekvencián.

A feszültségátvitel frekvenciafüggését meghatározhatjuk MATLAB használatával.

Az ehhez szükséges utasítások:

```
den= [0.022 1];
sys=tf(-10, den);
bode(sys)
grid
```

Az eredmény a 8. ábrán látható. Figyelem: a vízszintes tengelyen körfrekvencia ( $\omega$ , rad/sec) van!



8. ábra

Adott körfrekvencián az átvitel abszolút értékét és fázistolását is meghatározhatjuk a MATLAB segítségével. A

```
[mag, phase]=bode(sys,100*pi)
```

parancsot kiadva a:

$$\text{mag} = 1.4320$$

$$\text{phase} = 98.2328$$

eredményt kapjuk. Az átvitel abszolút értéke 3,1dB.

18. A <http://home.mit.bme.hu/~csordas/indexm.html> weblapon található felvételek indirekt vérnyomásmérés során készültek. A fájlok tartalmazzák a bal felkaron elhelyezett mandzsetta nyomását, Einthoven I. elvezetés szerinti EKG-t, a bal- és jobb mutatóujjról infravörös fényt használva rögzített fotopletizmográfiás (PPG) jelet. A felvétel első 24 másodpercében a mandzsetta teljesen leeresztett, ezt követően lassan (4...6 mmHg/s) emelkedik a mandzsetta nyomása legfeljebb 160 mmHg-ig. A maximális nyomásról lassan (3...4 mmHg/s) csökken a mandzsetta nyomása mintegy 40mmHg-ig, innen gyorsan lecsökken nullára. Ezt követően legfeljebb 24 másodpercig tart még a felvétel. A mintavételi frekvencia minden csatornán 1015Hz.

A mandzsettanyomásnál 15,5LSB = 1mmHg, nincs nullkompenzáció.

Az EKG-nál 1LSB = 3,3/4096mV, a nullszint 2048.

A PPG jelek az ujjbegy hajszálereiről visszavert fény intenzitását mutatják. Skálázás nem szükséges, a jel alakja hordoz információt.

A felvételek MATLAB alatti elemzéséhez a weblapon elérhető hhmbinread.m fájlt használja. Az

```
s=hhmbinread('fajlnév.hhm')
```

parancs után az egyes időfüggvények elérhetők:

```
s.ecg1 EKG
```

```
s.press mandzsettanyomás
```

```
s.ppgl_nir bal mutatóujjról felvett PPG
```

```
s.ppgr_nir jobb mutatóujjról felvett PPG
```

Válassza ki a

P101D060829R163054.hhm

felvételt.

```
s=hhmbinread('P101D060829R163054.hhm')
```

a.) Jelenítsen meg a felvételtől két szívciklusnyi EKG-t.

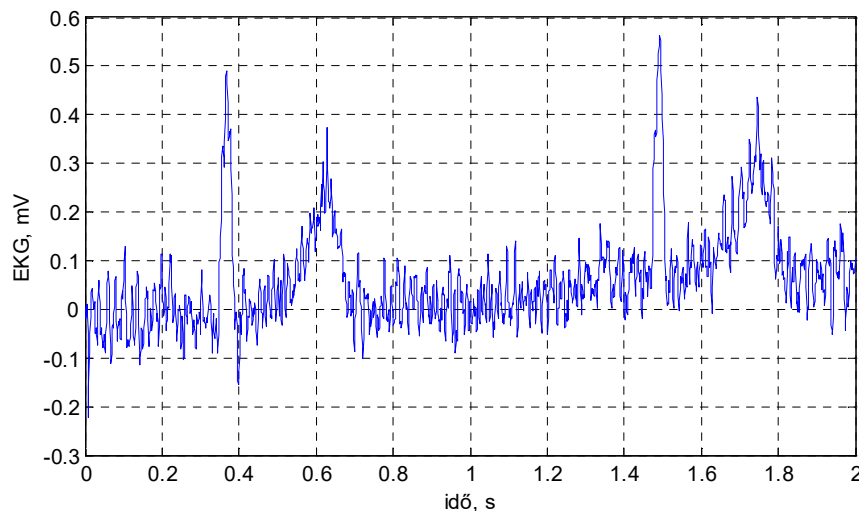
```
t=1:2000;
```

```
plot(t/1000, (s.ecg1(48001:50000)-2048)*3.3/4096)
```

```
grid
```

```
xlabel('idő, s')
```

```
ylabel('EKG, mV')
```

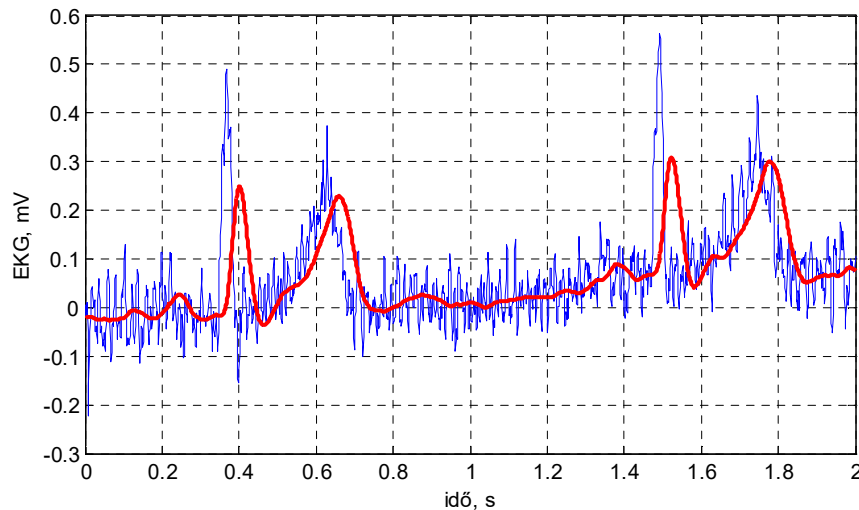


9. ábra

- b.) Alkalmazzon az EKG jelen levő hálózati eredetű zaj csökkentésére harmadfokú Butterworth aluláteresztő szűrőt,  $f_0 = 10\text{Hz}$  törésponti frekvenciával, a MATLAB 'filter' illetve 'filtfilt' függvényét használva. Értékelje a szűrés hatását.

```
hold
[A, B]= butter(3, 0.0197);
ecgf=filter(A, B, s.ecg1);
plot(t/1000, (ecgf(48001:50000)-2048)*3.3/4096, 'r')
```

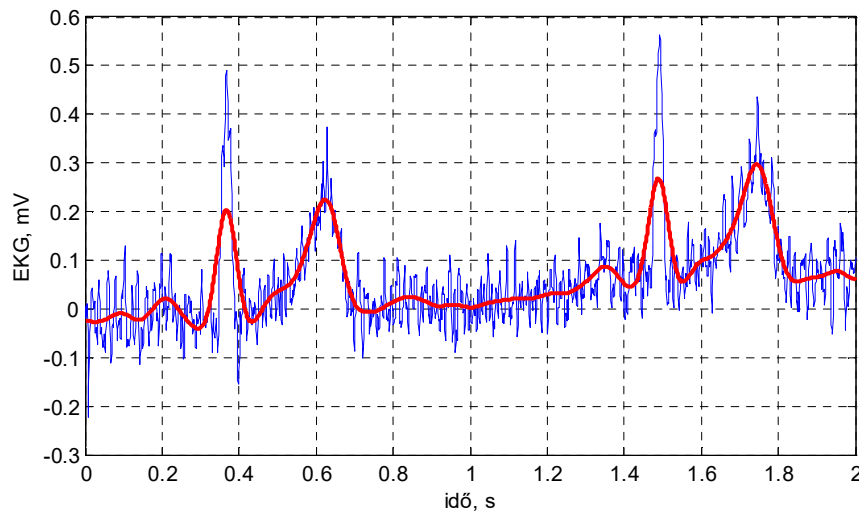
A 10. ábrán látható, hogy a MATLAB 'filter' függvénye késleltetést eredményez. Az aluláteresztő szűrő a QRS amplitúdóját jelentősen lecsökkenti.



10. ábra

```
ecgff=filtfilt(A, B, s.ecg1);
plot(t/1000, (ecgff(48001:50000)-2048)*3.3/4096, 'r')
```

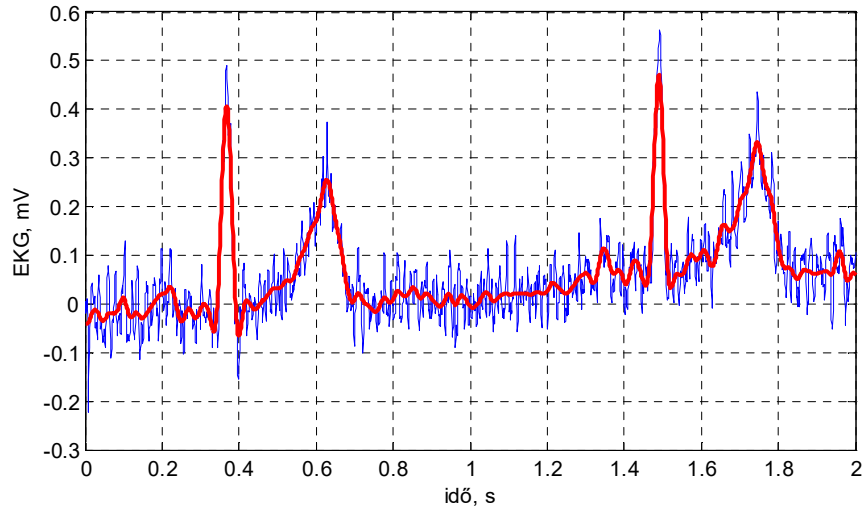
A 11. ábrán látható, hogy a 'filtfilt' függvénynek nincs késleltetése.



11. ábra

- c.) Növelje meg a szűrő törésponti frekvenciáját  $f_0 = 25\text{Hz}$ -re, és értékelje a kapott eredményt.

A 12. ábra mutatja, hogy a törésponti frekvencia növelése esetén a QRS amplitúdójának csökkenése kisebb mértékű, viszont a nagyfrekvenciás zajok elnyomásának mértéke is csökken.

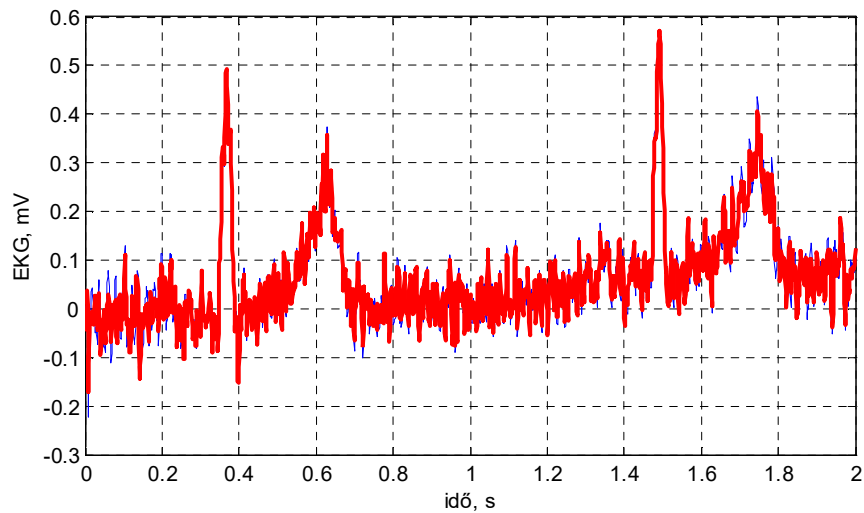


12. ábra

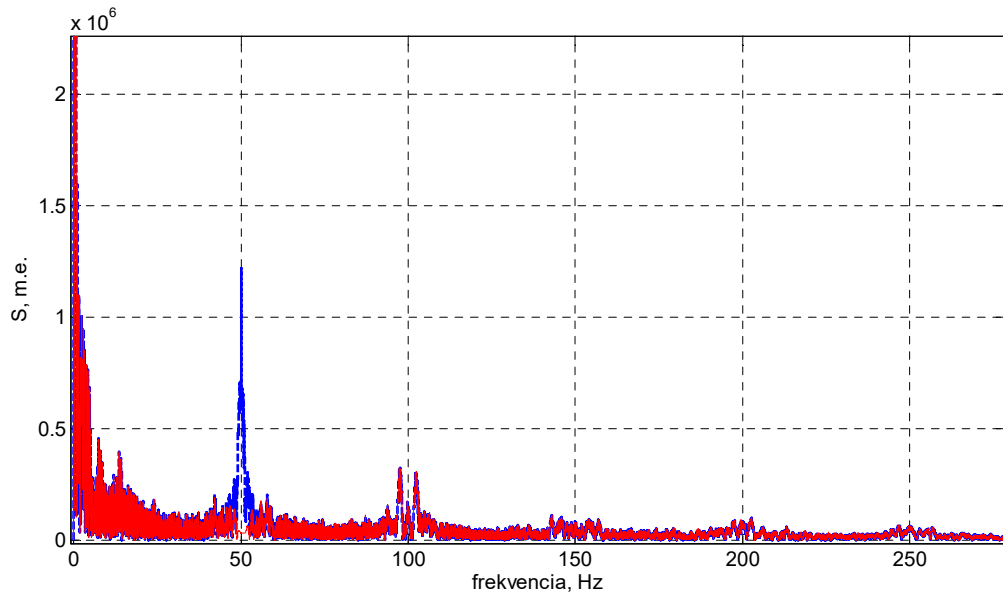
d.) Alkalmazzon harmadfokú Butterworth sávzáró szűrőt,  $f_0 = 50\text{Hz}$ .

```
W=[0.0946 0.10414];
[A, B]=butter(3, W, 'stop');
ecgbf=filtfilt(A, B, s.ecg1);
plot(t/1000, (ecgbf(48001:50000)-2048)*3.3/4096, 'r')
```

A 13. ábrán látszik, hogy az 50Hz-es lyukszűrő nem csökkenti jelentősen a nagyfrekvenciás zajokat. Ennek oka a 14. ábrán látható: az eredeti jelben ugyan nagy amplitúdóval van jelen az 50Hz-es komponens, de ennek felharmonikusai sem hanyagolhatóak el.



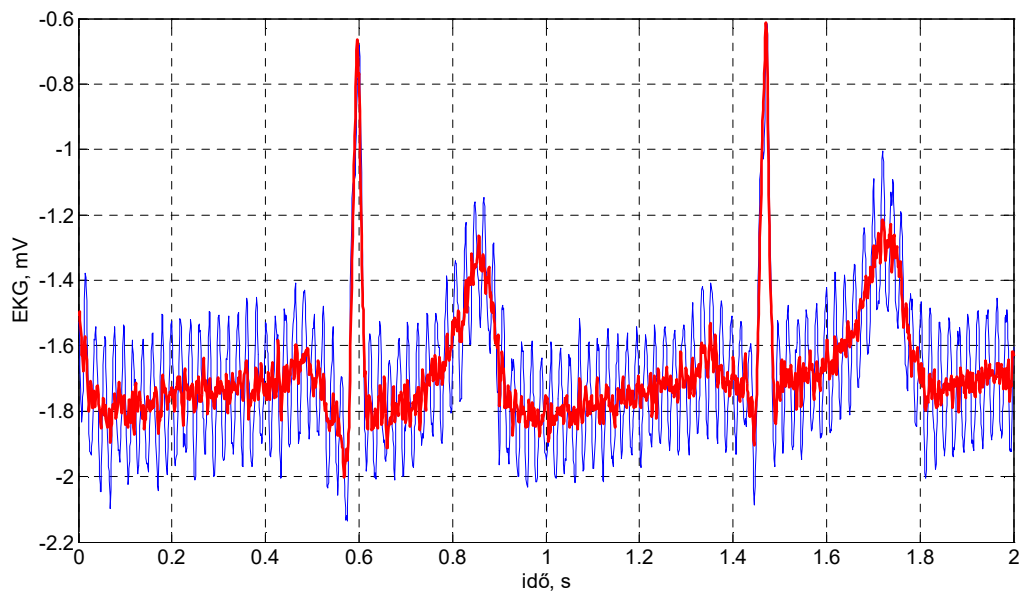
13. ábra



14. ábra

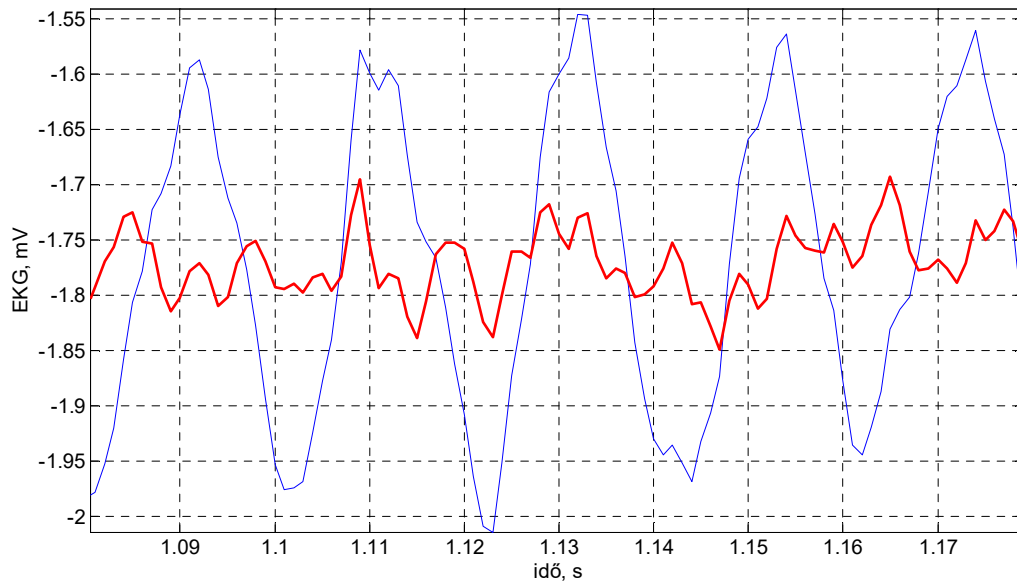
19. Elemezze a JÁ20090429\_01.hhm felvétel EKG jelét.

- a.) A pumpa leállítása utáni szakasz az 52. másodperctől indul. Az EKG ezen szakaszán futtassa le a 18. d.) szerinti 50Hz-es lyukszűrőt és értékelje az eredményt.

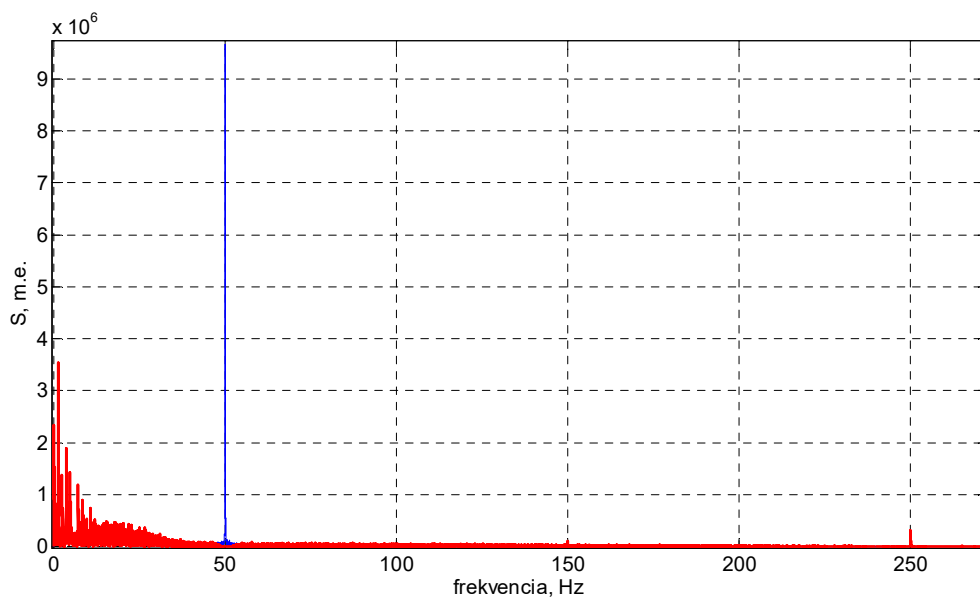


15. ábra

A sávzáró szűrő jelentősen csökkenti a zajt. Az első szívciklus T hulláma és a második szívciklus P hulláma közti szakasz egy részét kinagyítva mutatja a 16. ábra. Látható, hogy a szűrés után megmaradt zaj frekvenciája az 50Hz többszöröse. Nézzük meg a szűrés előtti és a szűrés utáni jel frekvencia spektrumát. Látható, hogy a szűrés után az 50Hz-es komponens elhanyagolható, de a páratlan felharmónikusok, 150 és 250Hz-en megmaradtak.



16. ábra



17. ábra

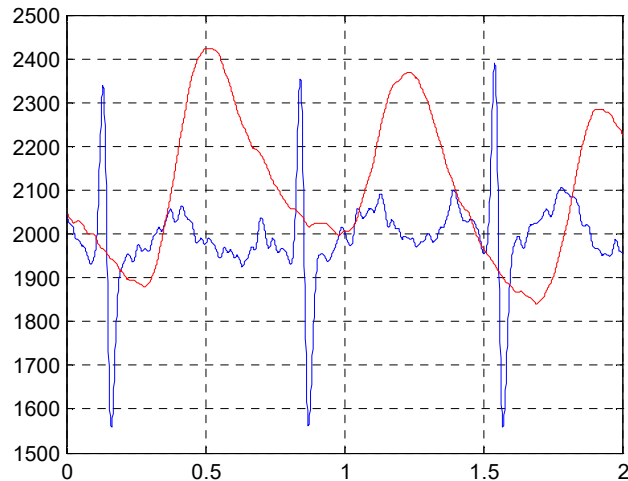
b.) Látható, hogy a mandzsetta leeresztése lépcsőkben történt. Vizsgálja meg az oszcillometriás amplitúdó nagyságát a 80. – 87. másodperc, és a 100. – 106. másodperc közti szakaszon.

A nyomás nullszintje ennél a felvételnél 300. Ezt figyelembe véve a 80. – 87. másodperc közti szakaszon a mandzsetta nyomásának középértéke 86-tól 88mmHg-ig növekszik, az oszcillometriás amplitúdó 2,2 és 2,9mmHg között változik.

A 100. – 106. másodperc közti szakaszon a nyomás középértéke mintegy 51mmHg, az oszcillometriás amplitúdók 0,8mmHg értékűek.

20. Elemezze a P001D070114R070004.hhm felvételt.

- a.) Határozza meg az első 24 másodperc egyik szív ciklusához tartozóan a bal kamra összehúzódása (R csúcs az EKG jelben) és az ennek hatására elindult pulzushullám bal ujjbegyhez való megérkezése (R csúcsot követő első felfutás kezdete a PPG jelben) között eltelt időt ( $\Delta T_{EP}$ ). Becsülje meg ennek alapján a pulzushullám terjedési sebességét, a bal kamra és a bal mutatóujj ujjbegye közti távolságot 90cm-nek tekintve.



18. ábra

A 18. ábra mutatja az EKG és a PPG jelet, 25Hz-es, másodfokú Butterworth aluláteresztő szűrés után. A két másodperces rész a 12501-14500 indexű adatokat mutatja. Az Einthoven I-es elvezetésben a QRS bipoláris. Feltételezzük, hogy a pulzushullám a pozitív csúcsonál indul, ez a kivágott részen a 123. indexnél van. A PPG ezt követő első emelkedése a 276. indexnél van, a kettő között – figyelembe véve a 1015Hz-es mintavételezést – 150,7ms telik el. Így a pulzushullám sebessége 6m/s.

- b.) Határozza meg a b.) pont szerinti  $\Delta T_{EP}$  időt, amikor a mandzsetta nyomása közel van a szisztolés nyomáshoz.  
Válasszuk ehhez a 65001-67000-es indexű adatokat, itt a mandzsetta nyomása 107mmHg-ről 95mmHg-re csökken. Az a.) pont szerint járva el a  $\Delta T_{EP}$  idő értéke a 65482. indexnél levő R csúcstól a 65792 indexű PPG jelben kezdődő emelkedésig 305.4ms.

21. Indirekt vérnyomásmérővel mérünk, a mandzsetta a paciens bal felkarján van. A paciens bal karját felemeli, így a mandzsetta a szív magassága fölött van 20cm-rel. Mekkora hibát okoz ez?

A higany sűrűsége  $13,6\text{kg/dm}^3$ , a vér sűrűségét  $1\text{kg/dm}^3$ -nek tekintjük. 20cm-es véroszlop nyomása 14,7mmHg, tehát a mutatott szisztolés és diasztolés érték a tényleges értéknél 15mmHg-rel kisebb lesz.

22. Számítsa át a 120/80mmHg értéket Pa egységbe.

1mm-es higanyoszlop nyomása =  $13,6\text{ kg/dm}^3 \cdot 9,81\text{m/s}^2 \cdot 1\text{mm} = 133,41\text{N/m}^2$ .

1 Pa =  $1\text{N/m}^2$ . Így 1mmHg = 133,4Pa. Tehát 120/80mmHg = 16/10,67kPa.