3.11. normális zaj

13,6720   9,41~~9~~90   21,~~384~~3489   9,7298   14,6773   18,5959

90%-os konfidenciaintervallum

$b = \cancel{0{,}05}\ 0{,}95$ szimmetrikus eloszlás   Helyesen: b = 1-p = 10%

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i = 14{,}5738$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} (x_i - \hat{\mu})^2} = 4{,}7527$$

↑

Tapasztalati szórás → Student eloszlás N-1 szabadságfokkal

$$t_{5;\,0{,}05}$$

szabadságfok   konfidenciaszint: $\frac{1-p}{2}$

$$P\left[\hat{\mu} - \frac{s}{\sqrt{N}} \cdot \underbrace{t_{5;\,0{,}05}}_{2{,}015} < \mu < \hat{\mu} + \frac{s}{\sqrt{N}} \cdot t_{5;\,0{,}05}\right] = 90\%$$

$$P\left[10{,}6642 < \mu < 18{,}4835\right] = 90\%$$

3.27. 2 Ft-os tömegét szeretnénk megmérni

$N = 20$ mérés

$p = 99\%$

a) 1 db-ot mérek $\quad m_1 = 3\,g \leftarrow \hat{\mu}$

$\sigma_m = 0{,}02\,g$

b) $k = 40$ db-ot mérek $\quad m_2 = 120\,g$

$\sigma_m = 0{,}02\,g$

a)

$$p \quad P\left[m_1 - \frac{\sigma_m}{\sqrt{N}} \cdot \underbrace{t_{N-1,\ \cancel{\frac{1-p}{2}}\ 1-\frac{p}{2}}}_{\downarrow} < m < m_1 + \frac{\sigma_m}{\sqrt{N}} \cdot t_{N-1,\ \frac{1-p}{2}}\right] = p$$

Helyesen: (1-p)/2

$$t_{19;\ 0{,}995} = 2{,}861$$

Helyesen: t_19; 0,005

$$P\left[2{,}9872\,g < m < 3{,}0128\,g\right] = 99\%$$

b)

$$P\left[m_2 - \frac{\sigma_m}{\sqrt{N}} \cdot t_{N-1,\ 1-\frac{p}{2}} < k \cdot m < m_2 + \frac{\sigma_m}{\sqrt{N}} \cdot t_{N-1,\ 1-\frac{p}{2}}\right] = p$$

(1-p)/2 $\qquad$ (1-p)/2

$\downarrow$ transzformáció

$$P\left[\frac{m_2}{k} - \frac{\sigma_m}{k\sqrt{N}} \cdot t_{N-1,\ 1-\frac{p}{2}} < m < \frac{m_2}{k} + \frac{\sigma_m}{k \cdot \sqrt{N}} \cdot t_{N-1,\ 1-\frac{p}{2}}\right] = p$$

(1-p)/2 $\qquad$ (1-p)/2

$$P\left[2{,}99968\,g < m < 3{,}00032\,g\right]$$

Konklúzió: mérések relatív szórása sokkal kisebb b) esetben!

3.9. Áfonyakonzerv $N = 120$ db áfonya

1 db áfonya ~~m~~ tömege 4,5 g és 5,5 g között egyenletes eloszlással

$p = 98\%$

1 db áfonya $\mu = 5\ g$ $\sigma_1^2 = \frac{1}{12}\ g^2$

$\downarrow N = 120$ centrális határeloszlás tétele: normális eloszlás

$$\hat{\mu} = \underset{N}{120} \cdot \underset{\mu}{5g} = 600\ g \qquad \sigma_{120}^2 = N \cdot \sigma_1^2 = 120 \cdot \frac{1}{12}\ g^2$$

$$\sigma_{120} = 3{,}162 g$$

$$z_{0,01} = 2{,}33$$

$$\uparrow \frac{1-p}{2}$$

Most nem átlagoltunk

$$\Delta \hat{m} = \sigma_{120} \cdot z_{0,01} = 7{,}3681 g$$

$$P[\hat{\mu} - \Delta\mu < m < \hat{\mu} + \Delta\mu] = 98\%$$

$$P[592{,}6319 g < m < 607{,}3681 g] = 98\%$$

3.30. Óragyár → rendszeres hiba állandó, de a véletlen hiba nem!
(kvarc frekvenciája)

$p = 95\%$

Délben mért idő:

12:00:09 12:00:18 12:00:32 12:00:41 12:00:51

12:01:03

↓ hiba méréseink ezek különbsége

9. 9 14 9 10 12 $N = 6$

$\hat{\mu} = 10{,}5\,s$ $s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} x_i^2 = 4{,}3\,s^2$ $s = \sqrt{4{,}3}\,s = 2{,}0736\,s$

(x- mu^)^2

$$P\left[\hat{\mu} - \frac{s}{\sqrt{N}}\cdot \underbrace{t_{5;\,0{,}025}}_{2{,}571} < \mu < \hat{\mu} + \frac{s}{\sqrt{N}}\cdot t_{5;\,0{,}025}\right] = 95\%$$

$$\mathbb{P}\left[8{,}3235\,s < \mu < 12{,}6765\,s\right] = 95\%$$

3.31. Hallgatók magassága

$N_1 = 10$ $\bar{x} = 178\text{ cm}$, $s = 5{,}2\text{ cm}$ $p = 90\%$

$$P\left[\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{N_1}}\cdot \underbrace{t_{N_1-1,\,\frac{1-p}{2}}}_{t_{9,\,0{,}05} = 1{,}833} < \mu < \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{N_1}}\cdot t_{N_1-1,\,\frac{1-p}{2}}\right] = 90\%$$

$$P\left[174{,}99\text{ cm} < \mu < 181{,}01\text{ cm}\right] = 90\%$$

b/ $N_2 = 326 \Rightarrow$ Student → Standard normális ⇒ $t_{N-1,\frac{1-p}{2}} \to z_{\frac{1-p}{2}} = 1{,}65$

$$P\left[177{,}53\text{ cm} < \mu < 178{,}47\text{ cm}\right] = 90\%$$

3.13. 3 asztal hossza

$$\underbrace{100 \pm 1\ \text{cm} \qquad 135 \pm 1\ \text{cm} \qquad 65 \pm 0{,}5\ \text{cm}}_{\text{torzítatlan, Gauss}}$$

$95{,}5\% \Rightarrow 2\sigma$

$\sigma_1 = 0{,}5$ cm $\quad \sigma_2 = 0{,}5$ cm $\quad \sigma_3 = 0{,}25$ cm

Hova fér be a 3 asztal 99,7% konfidenciával

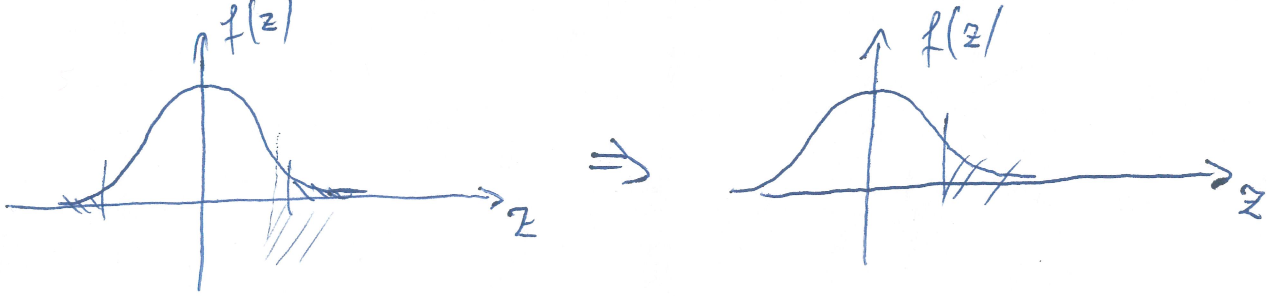
$\mu_e = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 300$ cm

$\sigma_e^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = 0{,}5625$ cm^2 $\quad \sigma_e = 0{,}75$ cm

Függetlenek

$$\mathbb{P}\left[l < \mu_e + \sigma_e \cdot z_{0{,}003} \right] = 99{,}7\%$$

Az számít hova fér be! Egyoldalú konfidencia



$z_{0{,}003} \cong 2{,}75$

$$\mu_e + \sigma_e \cdot \cancel{2{,}7} \cdot z_{0{,}03} = 302{,}06 \text{ cm}$$

$$\mathbb{P}\left[l < \mu_e + \sigma_e \cdot z_{0{,}003} \right] = \cancel{302{,}06 \text{ cm}}\ 99{,}7\%$$