

Orvosi képdiagnosztika 2. házi feladat – Fourier transzformációk

Adott egy egyszerű szürkeárnyaltos projekciót leíró kétdimenziós jel: $f(x, y) = \sin(x \cdot 2\pi \cdot a) \cdot \cos(y \cdot 2\pi \cdot b)$, $x, y \in \mathbb{R}$, x, y mértékegysége mm. Tegyük fel, hogy egy általunk vizsgált képalkotó eszköz foton számláló érzékelőjére (fizikai kiterjedése $c \text{ mm} \times c \text{ mm}$) eső fotonok számát az $(x, y) \in [0, \dots, c) \text{ mm} \times [0, \dots, c) \text{ mm}$ intervallumban a folytonos f függvény definiálja (az intervallum által nem fedett pozíciókban nem érzékeli a becsapódó fotonokat, technikailag tekinthetjük úgy, hogy ezekben a pontokban konstans 0-t érzékel). Az érzékelő felületét érő fotonok számát leíró folytonos függvényt (melyet szövegesen az imént definiáltunk) a továbbiakban g -vel jelöljük. A detektor meghibásodása miatt csak az $(x, y) \in [0, \dots, d) \text{ mm} \times [0, \dots, d) \text{ mm}$ tartományban érzékeny, a többi pozícióhoz tartozó kiolvasott érték konstans 0. Az érzékelőelemek integrálják a felületüket érő fotonokat, egyéb torzítást nem végeznek (átviteli függvényüket $H(\omega_x, \omega_y)$ jelöli), minden érzékelőelem (továbbiakban pixel) fizikai kiterjedése azonos. Két egymással 4 szomszédos pixel középpontjainak távolsága és a pixelek fizikai kiterjedése mind vízszintes, mind függőleges irányban $e \text{ mm}$. Az A/D átalakítás eddig nem specifikált részei ideálisnak tekinthetők, a detektor digitális kimenetén előálló képet a továbbiakban k -val jelöljük.

Az egyénenként változó paramétereket jelöltük a szövegben félkövér, dőlt betűkkel. Ezen paraméterek értékeit a következő oldalon szereplő táblázat ismerteti.

Válaszoljon az alábbi kérdésekre, válaszát minden esetben részletesen indokolja, a válaszok származtatását is részletezze:

1. Definiálja a folytonos f függvény spektrumát! Az összefüggést zárt alakban adja meg. Mekkora f sávszélessége?
2. Fejezze ki az érzékelő által mintavételezett folytonos jelet (g -t)! Milyen transzformációval vizsgálható ez a jel? Zárt alakban fejezze ki g spektrumát!
3. Fejezze ki képtartományban a fentebb specifikált érzékelőelemek súlyfüggvényét ($h(x, y)$), és adja meg zárt alakban a spektrumát ($H(\omega_x, \omega_y)$)!
4. Analitikusan lépésről lépésre származtassa a detektor kimenetén előálló digitális kép spektrumát (k -t) f spektrumából! Teljesül-e az ideális eset, miszerint a digitális kép spektruma matematikai értelemben mintavételezi a folytonos jel spektrumát?
5. A detektor, mint lineáris rendszer (bemenete f , kimenete k) torzította-e bármilyen formában a képet? Amennyiben igen, abban az esetben milyen torzítások történtek?
6. Lehetséges-e f visszaállítása az $(x, y) \in [0, \dots, d) \text{ mm} \times [0, \dots, d) \text{ mm}$ tartományban egy olyan detektor által rögzített képből, mely a feladat leírásában specifikálttól annyiban különbözik, hogy a szomszédos pixelek távolsága és a pixelek vízszintes, illetve függőleges irányú kiterjedése $l \text{ mm}$? Ha igen, akkor hogy néz ki a folytonos jel rekonstrukcióját előállító lineáris rendszer (adja meg az átviteli vagy a súly függvényét), amennyiben nem, akkor mi ennek az akadálya?

HF kód	a	b	c	d	e	l
1	0,23913	0,69565217	292	276	0,65714286	0,616361
2	0,201058	0,50793651	428	378	3,81818182	0,760055
3	0,60678	0,22372881	359	295	0,54730983	0,607043
4	0,647887	0,28521127	299	284	0,5044405	0,720166
5	0,318352	0,57303371	292	267	1,07228916	0,7856
6	0,83105	0,52968037	239	219	2,32978723	0,526352
7	0,332258	0,16451613	375	310	1,35371179	0,993424
8	0,554545	0,31212121	337	330	1,50684932	0,659978
9	0,457692	0,16153846	283	260	0,79510703	0,732519
10	0,475783	0,22792023	428	351	0,74050633	0,777382
11	0,677419	0,57419355	359	310	0,73459716	0,548559
12	0,078717	0,32653061	389	343	3,11818182	0,934529
13	0,365772	0,39261745	376	298	1,96052632	0,929316
14	0,690987	0,3776824	269	233	2,64772727	0,577603
15	0,132	0,232	336	250	2,29357798	1,618933
16	0,715867	0,49077491	320	271	0,45777027	0,665742
17	0,086957	0,52536232	321	276	0,77966102	0,657154
18	0,263566	0,62403101	339	258	1,14159292	0,687241
19	0,703422	0,27756654	332	263	0,45818815	0,67372
20	0,157895	0,160401	419	399	1,83870968	2,144613
21	0,270833	0,33035714	379	336	0,87272727	0,929269
22	0,271318	0,60465116	268	258	0,80625	0,690201
23	0,739336	0,63033175	278	211	0,88655462	0,521704
24	0,440367	0,15137615	287	218	1,01869159	0,969993

Beadandó egy <HF kód>.pdf nevű állomány, mely az előző oldalon definiált kérdésekre ad választ:

A feladat beadási határideje: 2017.10.30 24:00

Eredményes munkát kívánunk!
Horváth Gábor, Hadházi Dániel