

Orvosi képdiagnosztika 2. házi feladat – Fourier transzformációk

Adott egy egyszerű szürkeárnyaltos projekciót leíró kétdimenziós jel:
 $f(x, y) = \sin(x \cdot 2\pi \cdot a) \cdot \cos(y \cdot 2\pi \cdot b)$, $x, y \in \mathbb{R}$, x, y mértékegysége mm. Tegyük fel, hogy egy általunk vizsgált képalkotó eszköz foton számláló érzékelőjére (fizikai kiterjedése $c \text{ mm} \times c \text{ mm}$) eső fotonok számát az $(x, y) \in [0, \dots, c) \text{ mm} \times [0, \dots, c) \text{ mm}$ intervallumban a folytonos f függvény definiálja (az intervallum által nem fedett pozíciókban nem érzékeli a becsapódó fotonokat, technikailag tekinthetjük úgy, hogy ezekben a pontokban konstans 0-t érzékel). Az érzékelő felületét érő fotonok számát leíró folytonos függvényt (melyet szövegesen az imént definiáltunk) a továbbiakban g -vel jelöljük. A detektor meghibásodása miatt csak az $(x, y) \in [0, \dots, d) \text{ mm} \times [0, \dots, d) \text{ mm}$ tartományban érzékeny, a többi pozícióhoz tartozó kiolvasott érték konstans 0. Az érzékelőelemek integrálják a felületüket érő fotonokat, egyéb torzítást nem végeznek (átviteli függvényüket $H(\omega_x, \omega_y)$ jelöli), minden érzékelőelem (továbbiakban pixel) fizikai kiterjedése azonos. Két egymással 4 szomszédos pixel középpontjainak távolsága és a pixelek fizikai kiterjedése mind vízszintes, mind függőleges irányban $e \text{ mm}$. Az A/D átalakítás eddig nem specifikált részei ideálisnak tekinthetők, a detektor digitális kimenetén előálló képet a továbbiakban k -val jelöljük.

Az egyénenként változó paramétereket jelöltük a szövegben félkövér, dőlt betűkkel. Ezen paraméterek értékeit a következő oldalon szereplő táblázat ismerteti.

Válaszoljon az alábbi kérdésekre, válaszát minden esetben részletesen indokolja, a válaszok származtatását is részletezze:

1. Definiálja a folytonos f függvény spektrumát! Az összefüggést zárt alakban adja meg. Mekkora f sávszélessége?
2. Fejezze ki az érzékelő által mintavételezett folytonos jelet (g -t)! Zárt alakban fejezze ki g spektrumát! Hozzávetőlegesen ábrázolja g amplitúdó spektrumát.
3. Fejezze ki képtartományban a fentebb specifikált érzékelőelemek súlyfüggvényét ($h(x, y)$), és adja meg zárt alakban a spektrumát ($H(\omega_x, \omega_y)$)!
4. Analitikusan lépésről lépésre származtassa a detektor kimenetén előálló digitális kép (k) DFT spektrumát f spektrumából! Teljesül-e az ideális eset, miszerint a digitális kép spektruma matematikai értelemben mintavételezi a folytonos jel (g) spektrumát? Mekkora 1 DFT bin mérete? Hozzávetőlegesen ábrázolja k amplitúdó spektrumát!
5. A detektor, mint lineáris rendszer (bemenete f , kimenete k) torzította-e bármilyen formában a képet? Amennyiben igen, abban az esetben milyen torzítások történtek?
6. Lehetséges-e f visszaállítása az $(x, y) \in [0, \dots, d) \text{ mm} \times [0, \dots, d) \text{ mm}$ tartományban egy olyan detektor által rögzített képből, mely a feladat leírásában specifikálttól annyiban különbözik, hogy a szomszédos pixelek távolsága és a pixelek vízszintes, illetve függőleges irányú kiterjedése $l \text{ mm}$? Ha igen, akkor hogy néz ki a folytonos jel rekonstrukcióját előállító lineáris rendszer (adja meg az átviteli vagy a súly függvényét), amennyiben nem, akkor mi ennek az akadálya?

HF kód	a	b	c	d	e	l
1	0,246377	0,177536	277	276	2,555556	1,226667
2	0,085603	0,245136	277	257	2,495146	1,044715
3	0,261538	0,14359	210	195	3,482143	1,477273
4	0,12037	0,126543	355	324	4,32	3,145631
5	0,164634	0,125	332	328	5,857143	2,582677
6	0,351852	0,148148	210	162	1,5	0,81
7	0,238532	0,211009	128	109	3,892857	1,112245
8	0,085546	0,20649	345	339	3,684783	2,187097
9	0,285024	0,256039	247	207	3,184615	1,112903
10	0,08094	0,154047	392	383	4,074468	3,218487
11	0,155642	0,101167	260	257	3,337662	3,134146
12	0,2625	0,2125	165	160	2,580645	0,981595
13	0,503759	0,518797	171	133	1,528736	0,675127
14	0,185714	0,235714	188	140	4	1,261261
15	0,140562	0,108434	296	249	5,928571	2,128205
16	0,17765	0,065903	382	349	3,835165	2,237179
17	0,066838	0,14653	427	389	3,704762	3,29661
18	0,244444	0,244444	296	270	2,268908	1,267606
19	0,124514	0,077821	269	257	7,138889	2,37963
20	0,131068	0,276699	234	206	3,21875	1,211765
21	0,179348	0,067935	412	368	3,833333	2,067416
22	0,15942	0,188406	160	138	3,45	1,682927
23	0,121884	0,080332	372	361	7,680851	2,086705
24	0,128141	0,067839	402	398	5,527778	2,235955
25	0,065963	0,131926	421	379	7,431373	2,105556
26	0,123596	0,314607	218	178	2,825397	0,801802
27	0,142241	0,103448	274	232	4,64	2,230769
28	0,509091	0,563636	117	110	1,047619	0,528846
29	0,187943	0,134752	310	282	3,710526	1,843137
30	0,248031	0,165354	256	254	3,479452	1,739726
31	0,064327	0,149123	390	342	3,8	2,192308
32	0,097403	0,191558	318	308	2,774775	2,039735
33	0,17284	0,216049	196	162	2,655738	2,16
34	0,097166	0,259109	283	247	2,111111	1,117647
35	0,148867	0,145631	315	309	4,065789	1,872727

Beadandó egy <HF kód>.pdf nevű állomány, az előző oldal feladatainak megoldásával. A feladat célja a mintavételezés kézzel történő realizációja, ami miatt szimuláció alapú megoldást nem fogadok el.

A feladat beadási határideje: 2020.11.04 24:00

Eredményes munkát kívánok!
Hadházi Dániel