

Orvosi képdiagnosztika 2. házi feladat – Fourier transzformációk

Adott egy egyszerű szürkeárnyaltos projekciót leíró kétdimenziós jel: $f(x, y) = \sin(x \cdot 2\pi \cdot a) \cdot \cos(y \cdot 2\pi \cdot b)$, $x, y \in \mathbb{R}$, x, y mértékegysége mm. Tegyük fel, hogy egy általunk vizsgált képalkotó eszköz foton számláló érzékelőjére (fizikai kiterjedése $c \text{ mm} \times c \text{ mm}$) eső fotonok számát az $(x, y) \in [0, \dots, c) \text{ mm} \times [0, \dots, c) \text{ mm}$ intervallumban a folytonos f függvény definiálja (az intervallum által nem fedett pozíciókban nem érzékeli a becsapódó fotonokat, technikailag tekinthetjük úgy, hogy ezekben a pontokban konstans 0-t érzékel). Az érzékelő felületét érő fotonok számát leíró folytonos függvényt (melyet szövegesen az imént definiáltunk) a továbbiakban g -vel jelöljük. A detektor meghibásodása miatt csak az $(x, y) \in [0, \dots, d) \text{ mm} \times [0, \dots, d) \text{ mm}$ tartományban érzékeny, a többi pozícióhoz tartozó kiolvasott érték konstans 0. Az érzékelőelemek integrálják a felületüket érő fotonokat, egyéb torzítást nem végeznek (átviteli függvényüket $H(\omega_x, \omega_y)$ jelöli), minden érzékelőelem (továbbiakban pixel) fizikai kiterjedése azonos. Két egymással 4 szomszédos pixel középpontjainak távolsága és a pixelek fizikai kiterjedése mind vízszintes, mind függőleges irányban e mm. Az A/D átalakítás eddig nem specifikált részei ideálisnak tekinthetők, a detektor digitális kimenetén előálló képet a továbbiakban k -val jelöljük.

Az egyénenként változó paramétereket jelöltük a szövegben félkövér, dőlt betűkkel. Ezen paraméterek értékeit a következő oldalon szereplő táblázat ismerteti.

Válaszoljon az alábbi kérdésekre, válaszát minden esetben részletesen indokolja, a válaszok származtatását is részletezze:

1. Definiálja a folytonos f függvény spektrumát! Az összefüggést zárt alakban adja meg. Mekkora f sávszélessége?
2. Fejezze ki az érzékelő által mintavételezett folytonos jelet (g -t)! Zárt alakban fejezze ki g spektrumát! Hozzávetőlegesen ábrázolja g amplitúdó spektrumát.
3. Fejezze ki képtartományban a fentebb specifikált érzékelőelemek súlyfüggvényét ($h(x, y)$), és adja meg zárt alakban a spektrumát ($H(\omega_x, \omega_y)$)!
4. Analitikusan lépésről lépésre származtassa a detektor kimenetén előálló digitális kép (k) DFT spektrumát f spektrumából! Teljesül-e az ideális eset, miszerint a digitális kép spektruma matematikai értelemben mintavételezi a folytonos jel (g) spektrumát? Mekkora 1 DFT bin mérete? Hozzávetőlegesen ábrázolja k amplitúdó spektrumát!
5. A detektor, mint lineáris rendszer (bemente f , kimenete k) torzította-e bármilyen formában a képet? Amennyiben igen, abban az esetben milyen torzítások történtek?
6. Lehetséges-e f visszaállítása az $(x, y) \in [0, \dots, d) \text{ mm} \times [0, \dots, d) \text{ mm}$ tartományban egy olyan detektor által rögzített képből, mely a feladat leírásában specifikálttól annyiban különbözik, hogy a szomszédos pixelek távolsága és a pixelek vízszintes, illetve függőleges irányú kiterjedése l mm? Ha igen, akkor hogy néz ki a folytonos jel rekonstrukcióját előállító lineáris rendszer (adja meg az átviteli vagy a súly függvényét), amennyiben nem, akkor mi ennek az akadálya?

HF kód	a	b	c	d	e	l
1	0,246377	0,177536	277	276	2,555556	1,226667
2	0,085603	0,245136	277	257	2,495146	1,044715
3	0,261538	0,14359	210	195	3,482143	1,477273
4	0,12037	0,126543	355	324	4,32	3,145631
5	0,164634	0,125	332	328	5,857143	2,582677
6	0,351852	0,148148	210	162	1,5	0,81

Beadandó egy **<HF kód>.pdf** nevű állomány, az előző oldal feladatainak megoldásával. A feladat célja a mintavételezés kézzel történő realizációja, ami miatt szimuláció alapú megoldást nem fogadok el.

A feladat beadási határideje: 2023.11.05 24:00

Eredményes munkát kívánok!
Hadházi Dániel