

Orvosi képdiagnosztika 3. házi feladat – inverz szűrés

A feladat megoldása során a cél egy lineáris, eltolásinvariáns, ismert súlyfüggvényű, 2d rendszer által okozott torzítás korrekciója. A feladat elvárt megoldása az előadásokon tanult módszereken (Gauss prioros MAP dekonvolúció, Richardson-Lucy algoritmus, Wiener dekonvolúció, csonkolt dekonvolúció) alapul. Elvárt a használt eljárások önálló implementálása (pl. a Wiener dekonvolúciót megvalósító beépített függvények nem használható, de matematikai segédfüggvények (pl. fft) igen).

A feladat egyénenként változó inputjait a <http://home.mit.bme.hu/~hadhazi/Oktatas/OKD23/HF3/<hf kód>inp.mat> állomány tartalmazza, mely változóinak az interpretációját az alábbi lista ismerteti:

- **psf**: a 2D, digitális képalkotó rendszer súlyfüggvénye. Ábrázolása a jelfeldolgozó rutinok alapértelmezése szerint történik: $\text{psf}(1,1)$ írja le a (0,0) pixeles eltolás súlyát, $\text{psf}(\text{end},\text{end})$ az (1,1) pixeles eltolás súlyát, fft2 -vel az alapértelmezett ábrázolás szerinti spektrumot kapjuk meg. *Javaslat: érdemes egy egyszerű esettel megvizsgálni az indexelést!*
- **g1**: a nem ideális képalkotó rendszer (mely által eszközölt torzítás lineáris, eltolás invariáns jellegű, súlyfüggvénye psf) által torzított kimeneti kép, melyet additív zaj is terhel.
- **W**: 1. feladat paramétere (mátrix, mérete megegyezik a képével, a prior tagjaként definiálja a rekonstruált kép síkfrequenciáinak a súlyát, lsd. 1. feladat összefüggései).
- **Mu (μ)**: 1. Feladat paramétere (skalár, definiálja a prior tag súlyát, lsd. 1. feladat összefüggései).
- **K**: szintén az első feladat paramétere (skalár, likelihood súlyt definiál, lsd. 1. feladat összefüggései).
- **g2**: egy olyan kép, melyet csak egy olyan lineáris, eltolás invariáns rendszer degradált, melynek súlyfüggvénye psf , additív zaj ebben az esetben nem terheli a képet.

Feladatok:

1. MAP becsléssel végezze el a dekonvolúciót (határozza meg $\arg \max_{f_1} \{P\{f_1|g_1\}\}$ -t). Az eredmény képet **f1 változóban** mentse ki! Amennyiben feltételezzük, hogy négyzetes hiba értelmében optimálisnak tekinthető az eljárás, abban az esetben mit tudunk g_1 kép síkfrequencia függő jel-zaj viszonyáról? Hogyan határozható meg (mi a pontos, formális összefüggés), és konkrétan milyen értékeket vesz fel (a mátrixot az FFT rutinok alapértelmezett módján ábrázolja)? A mátrixot **jzv változóban** mentse ki! Abban az esetben ha csak fehér zaj terheli a megfigyeléseket hogyan definiálható a négyzetes eltérés értelmében optimális értéke W -nek?

A becslést az alábbi összefüggéssel definiáljuk:

$$P\{g_1|f_1\} = K \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \|\text{psf} * f_1 - g_1\|_F^2\right\}, \text{ illetve } P\{f_1\} = \exp\left\{-\frac{\mu}{2N} \cdot \|F_1 \circ W\|_F^2 + \ln(K)\right\}. F_1 \text{ a dekonvolúcióval becsült, torzítás mentes ideális kép } (f_1) \text{ spektruma, } W, \mu, K, \text{psf értékeit az}$$

<hf kód>inp.mat definiálja, N a kép pixeleinek a száma, $\circ$ jelöli az elemenkénti szorzást, $\|x\|_F$ jelöli x Frobenius normáját.

2. Csonkolt dekonvolúció alkalmazásával és a vágási paraméter (diában ε) önálló, empirikus megválasztásával végezze el a g_2 input kép dekonvolúcióját! Ebben az esetben az input képet nem terheli megfigyelési zaj, a torzítást leíró lineáris eltolás invariáns rendszer súlyfüggvénye ugyanaz (psf), mint ami az előző esetben volt. Mit tapasztal és ennek mi lehet az oka (érdemes összehasonlítani a g_1 és a g_2 képeket egymással)? Hogyan orvosolná a felmerült problémát? Definiáljon egy konkrét eljárást, mely esetén ez a probléma nem jelentkezik, és érveljen is a mellett, hogy miért működik helyesen ez a módszer! A feladat megoldása során elért empirikusan legjobbnak ítélt becslését a torzítatlan képnek ***f2 változóban***, míg az ehhez tartozó vágási paramétert ***eps változóban*** mentse ki!

Beadandó egy **<hf kód>.zip**, mely az alábbiakat tartalmazza:

- Kódokat tartalmazó **.m** állományt.
- **<hf kód>out.mat**: mely tartalmazza az előzőek során már specifikált f_1 , f_2 , jzv , illetve eps változók értékeit
 - Minden változó esetén 8 bites lebegőpontos ábrázolást alkalmazzon, amennyiben nem ebben történtek a számítások, akkor a *single()* függvény hívásával konvertálhatja a változókat ilyenre.
 - Az így keletkező állomány mérete 3 MB körüli.
- **<hf kód>.pdf**, mely az alábbiakat tartalmazza:
 - Az 1-es, illetve a 2-es feladat megoldásának lépéseinek nagyvonalú, szöveges ismertetését, illetve ezek kiszámításának lépéseit.
 - Az 1-es, illetve a 2-es feladatban megfogalmazott kérdésekre és feladatokra az elméletileg is alátámasztott válaszokat.

A feladat beadási határideje: 2023.11.19. 24:00

Eredményes munkát kívánok!
Hadházi Dániel